

ОТЗЫВ

официального рецензента на диссертацию Сәрсенбі Әбдісалам
Әбдіжанұлы «Корректность смешанных задач для дифференциальных
уравнений параболического типа с инволюцией», представленной на
соискание степени доктора философии (PhD) по специальности
6D060100 – Математика

Метод Фурье часто применяется для решения многомерных уравнений математической физики. Он дает некое формальное представление решения в виде функционального ряда, где фигурируют данные исследуемой задачи. Сходимость этого ряда в норме пространства функций, где изучается уравнение, необходимо обосновать. Этим занимается спектральная теория дифференциальных операторов. Диссертационная работа Ә.Ә. Сәрсенбі относится к спектральной теории дифференциальных операторов с инволюцией и ее применением к уравнениям в частных производных с инволюцией.

Распространение тепла и давления в среде происходит, как правило симетрично относительно местоположения источника. Если источник поместить в начало координат, то в зависимости от свойств среды и других физических параметров, процесс может быть описан дифференциальным уравнением с инволюцией. Не случайно теория таких уравнений развивается почти два века. Основные методы исследования и полученные результаты дифференциальным уравнением с инволюцией изложены в книгах D. Przeworska-Rolewicz, J. Wiener. Однако в них не затрагивается метод разделения переменных. Обзор литературы показывает, что спектральная теория дифференциальных операторов с инволюцией переживает бурное развитие благодаря исследованиям Т.Ш. Кальменова, А.Ш. Шалданбаева, А.П. Хромова, М.Ш. Бурлуцкой, А.Г. Баскакова, М.А. Садыбекова, Л.В. Крицкова, M. Kirane, A. Cabada, F.A.F. Tojo и др. Поэтому тематика диссертационной работы Ә.Ә. Сәрсенбі, посвященной систематическому изучению вопросов базисности собственных функций дифференциальных операторов второго порядка с инволюцией, исследованию разрешимости прямых и обратных задач для уравнений в частных производных параболического типа, является современной и актуальной.

Диссертационная работа состоит из введения, трех разделов, заключения и списка использованных источников. Во введении дается обоснование актуальности темы исследований, определены цели, задачи, объект и предметы исследований, представлены полученные основные результаты.

В первом подразделе диссертационной работы исследованы не полуограниченные дифференциальные операторы второго порядка с инволюцией, порожденные краевыми условиями Дирихле, а также несамосопряженными краевыми условиями, во втором подразделе - полуограниченные дифференциальные операторы второго порядка с инволюцией, порожденные краевыми условиями Дирихле. Решены нетривиальные задачи, состоящие в построении функций Грина изучаемых операторов, получены оценки функций Грина. На их основе методом контурного интегрирования доказаны теоремы о равносходимости разложений по собственным функциям. И как следствие из этих теорем получены теоремы о базисности собственных функций в пространстве $L_2(-1, 1)$, а в случае полуограниченных дифференциальных операторов второго порядка с инволюцией установлена безусловная базисность собственных функций. Новизна результатов, полученных в первом разделе, состоит в распространении теорем о базисности и равносходимости собственных функций на случай одномерных дифференциальных операторов второго порядка с переменными коэффициентами и инволюцией.

При помощи результатов первого раздела в последующих двух разделах методом Фурье исследованы вопросы разрешимости прямых и обратных задач для уравнений параболического вида с инволюцией.

Во втором разделе дается обоснование метода Фурье при решении смешанных задач для уравнения параболического вида с инволюцией. Доказана теорема 2.3 о существовании и единственности решения смешанной задачи для уравнения параболического вида с инволюцией методом Фурье, что является центральным результатом диссертационной работы. Во этом разделе также обсуждаются некорректность смешанных задач для уравнения параболического вида с инволюцией, которые вызваны неполуограниченностью дифференциальных операторов второго порядка с инволюцией. Указаны условия разрешимости некорректных задач в терминах классов начальных функций.

Новизну результатов второго раздела определяют решение смешанной и других задач для параболического уравнения с переменным младшим коэффициентом и инволюцией,

В первом пункте третьего раздела получены условия разрешимости обратной задачи для уравнения параболического вида с инволюцией с неполуограниченным оператором. Во втором пункте решена обратная задача для уравнения дробного порядка с инволюцией.

Все основные результаты, полученные в диссертационной работе, являются новыми и сформулированы в виде лемм и теорем. Все они снабжены строгими математическими доказательствами, которые обеспечивают достоверность полученных результатов.

Внутреннее единство полученных результатов характеризуется общим функциональным подходом к проблеме и тесной взаимной связью результатов всех разделов. Например, результаты раздела 1 существенно используются в последующих двух разделах.

Результаты диссертации носят теоретический характер. Они могут найти применение в прикладных задачах, описываемых дифференциальными уравнениями с инволюцией, а также в теории дифференциальных уравнений с инволюцией и спектральной теории дифференциальных операторов с инволюцией.

Основные результаты диссертации опубликованы в 19 работах. Из них 1 - в журнале с ненулевым импакт-фактором по базе Thomson Reuters, 5 статей опубликованы в журналах, рекомендованных Комитетом по контролю в сфере образования и науки Министерства образования и науки Республики Казахстан, 1 статья - в журнале из базы Zentralblatt MATH (zbMATH), 1 статья в зарубежном научном журнале, остальные в материалах зарубежных и отечественных международных научных конференций.

По диссертации имеются следующие замечания.

Представления частичных сумм $\sigma_m(f)$ (стр. 36) и $S_m(f)$ (стр. 43) разложений по собственным функциям в виде контурного интеграла в разделе 1 возможны только при отсутствии кратных собственных значений изучаемых дифференциальных операторов. В диссертации это отмечается, но не особо акцентируется в случае операторов с переменным коэффициентом. Хотя следует ожидать, что рассматриваемые операторы с краевыми условиями Дирихле не будут иметь кратных собственных значений.

Далее, теоремы 1.4, 1.8, 1.12 сформулированы для несамосопряженных операторов, с комплекснозначным коэффициентом. Поэтому в утверждениях теорем более правильным было бы выражение «система корневых функций», чем «система собственных функций», как это написано в диссертации.

В работе имеются опечатки. На стр. 46 в равенствах (1.30*) и на стр. 86 в выражении (2.39) вместо $z(-1)=z(-1)$ следует писать $z(-1)=z(1)$. На стр. 74, строка 2, сочетание «все числа» нужно заменить на «существует номер k такой, что».

Приведенные выше замечания не снижают общего высокого уровня и значимости полученных результатов диссертации.

На основании вышеизложенного, считаю, что диссертационная работа на тему «Корректность смешанных задач для дифференциальных уравнений параболического типа с инволюцией», представленной на соискание степени доктора философии (PhD) по специальности 6D060100 – Математика, полностью удовлетворяет требованиям «Правил присуждения ученых степеней» Комитета по контролю в сфере образования и науки МОН РК, а автор Сәрсенбі Әбдісалам Әбдіжаханұлы заслуживает присуждения степени доктора философии (PhD) по специальности 6D060100 – Математика.

Официальный рецензент
д.ф.-м.н., профессор кафедры
фундаментальной математики
ЕНУ им. Л.Н. Гумилева

Подпись проф. Оспанова К.Н. заверяю
Ученый секретарь
ЕНУ им. Л.Н. Гумилева

Бор



Оспанов К.Н.

Нурманова Ж.К.



18.05.2019 г.