

Бейсенова Данагүл Рымбаевнаның «6D060100 – Математика» мамандығы бойынша философия докторы (PhD) дәрежесін алу үшін дайындаған «Жоғарғы ретті дифференциалдық және айырымдық операторлардың бөліктенуі мен спектрлік қасиеттері» атты диссертациялық жұмысына сын пікір

Диссертациялық жұмыс кіріспеден, үш тараудан, қорытындыдан және пайдаланылған 75 әдебиеттің тізімінен тұрады.

1. Зерттеу тақырыбының өзектілігі және оның жалпы ғылыми және ұлттық бағдарламалармен байланысы.

Барлық сан осінде берілген жоғарғы ретті қарапайым дифференциалдық операторлар кванттық механиканың есептеріне байланысты жиырмасыншығасырдың бірінші жартысында зерттеле бастады. Оператор өзіне-өзі түйіндес болған жағдайда және оның аралық коэффициенттері тұрақты дерлік, не олардың өсуі жоғарыдан потенциалдың қандай да бір дәрежесімен шенелген жағдайда бұл мәселелер кеңінен зерттелген. Штурм-Лиувилль типті шексіз айырымдық операторлар M. Өтелбаевтың, Б. Мұслимовтың, R.P. Agarval, C. Chevas, C. Lisama, A. Avila мен S. Jitomirskayaның ал салмақты айырымдық Соболев кеңістіктері E.C. Смаиловтың, А.Т. Булабаевтың, Л.М. Мустафинаның жұмыстарында зерттелген.

Ал, диссертациялық жұмыста қарастырылған дифференциалдық операторлар мен олардың айырымдық жағдайларының қолдану объектілері белгілі бір процесті әртүрлі қырынан зерттегендімен, олардың арасында айтарлықтай айырмашылықтар бар. Дифференциалдық операторлардың регулярлы болуына қойылатын шарттар олардың сәйкес айырымдық түрлеріне қарағанда айтарлықтай қатаңырақ екенін байқалады. Ендеше, айырымдық операторларды өзіне тән жаңа әдістермен жеке зерттеу қажет екені сөзсіз.

Соңғы кезде броундық козғалыстар динамикасымен байланысты стохастикалық процестерде, кедергілі және сығылатын ортадағы тербелістер мен қозғалыстарды моделдеуде, биология мен қаржылық математика есептеріндегі маңызды қолданыстарына байланысты аралық коэффициенттері тәуелсіз өсетін екінші ретті айырымдық және дифференциалдық операторларды зерттеулер қарқыны күрт өскені белгілі.

Сондықтан, аралық коэффициенттерінің өсу реті шектеусіз екінші және жоғарғы жұп ретті айырымдық және сингулярлы дифференциалдық операторлардың корректілік, регулярлы болу және спектрлік мәселелері толық зерттелмеген және тиісінше өзекті болып табылады.

Диссертация тақырыбы Қазақстан Республикасында жүзеге асырылатын ғылым мен мемлекеттік бағдарламаларды дамытудың басым бағыттарына сай іргелі математиканың нақты мәселелерін зерттеуге арналған.

2. Диссертацияға қойылатын талаптар шеңберіндегі ғылыми нәтижелер (Қазақстан Республикасы Білім және ғылым министрлігінің 2011 жылғы 31 наурыздағы № 127 бұйрығы, Қазақстан Республикасы Білім және ғылым министрлігінің 05.24.2019 жылғы № 230 бұйрығының редакциясындағы дәрежелер беру ережелері).

Алынған нәтижелер, аралық коэффициенттерінің өсу жылдамдығы шектеусіз екінші және жоғарғы жұп ретті айырымдық және сингулярлы дифференциалдық операторлардың маңызды мәселелеріне арналған, жаңа және ғылыми негізделген теориялық қорытындылардан тұрады. Сандық тізбектің салмақты нормасын оның жоғарғы ретті айырымының салмақты нормасы арқылы бағалайтын Харди типті айырымдық теңсіздік дәлелденген. Аралық коэффициенттері басым өсетін жоғары жұп ретті шексіз айырымдық оператордың гильберт кеңістігінде кайтарымды болуы үшін жеткілікті шарттар және аталған оператордың анықталу облысының сипаттамасы, оның элементтерінің коэффициенттер тербелісіне тәуелсіз коэрцитивті бағасы алынған. Аралық коэффициенттің компоненттері нөлге айнала алатын және жылдам тербелетін екінші ретті шексіз айырымдық оператордың бөліктенуі және оның спектрінің дискреттілігінің шарттары алынған. Төртінші ретті тербелмелі коэффициентті және екінші ретті коэффициенттері комплекс мәнді дифференциалдық операторлардың гильберт кеңістігінде бөліктену шарттары көрсетілген.

3. Диссертацияда тұжырымдалған әр ғылыми нәтиженің (ғылыми тұжырымның), ізденушінің тұжырымдары мен тұжырымдарының дұрыстығы мен сенімділік дәрежесі

Диссертациялық жұмыстың нәтижелері жоғарыда атап өтілді, олар заманауи ғылыми әдістерді қолдану арқылы алынған. Онда априорлы бағалау, псевдорезольвентаны локальды есептер арқылы тұрғызу әдістері, операторлардың бөліктену теориясы, Харди типті салмақты теңсіздіктер, айырымдық Соболев кеңістігінің салмақты Лебег кеңістігіне енүі жайлы және белгілі аз бұлқыну теоремалары пайдаланылады. Салмақты Харди теңсіздіктері мен Фридрихс функционалдарын, сол сияқты, аралық коэффициентті орталандыру аппаратын пайдалануға негізделген жаңа әдістеме әзірленген. Алынған нәтижелер теоремалар мен олардан шығатын салдарлар түрінде берілген, олардың дәлелдеулері толық. Тұжырымдар түсінікті деңгейде ретімен жазылған, олардың сенімділік дәрежесі жоғары.

4. Диссертацияда тұжырымдалған әр ғылыми нәтиженің (позицияның) жаңалығы, ізденушінің тұжырымдары.

1.2 бөлімінде екінші ретті комплекс коэффициенттері бар айырымдық операторының бөліктенуі жайында 1.2.1 теоремасы келтірілген. Теорема Харди типті салмақты теңсіздікке сүйене отырып дәлелденеді. Бірақ, мұнда r матрицасының элементтері жылдам тербеле алмайды.

1.3 бөлімінде екінші ретті тербелмелі нақты коэффициентті айырымдық t_0 операторы қарастырылған. Бұл оператор алдыңғы 1.2 бөлімінде зерттелген L_0 операторының дербес түрі болғанымен, мұнда $r_{jh} \geq \delta > 0$

шарты бәсендөтіліп, оның орнына $r_{jh} \geq 0$ шарты қойылған және r матрицасының элементтері жылдам тербелे алатын жағдайы қарастырылған. Бұл жерде теореманы дәлелдеуде ізденуші салмақты айырымдық Соболев кеңістігінің салмақты Лебег кеңістігіне ені жайлы Харди типті теореманы қолданған.

2-тарауда жоғары жұп ретті айырымдық операторлар үшін коэрциативті бағалар алынған. Диссертациялық жұмыстың ең бір құнды нәтижелерінің бірі - l_p ($1 < p < \infty$) кеңістігінде айырымдық тендеулер үшін жаңа салмақты Харди теңсіздіктерінің алдынуы. Бұл нәтижелер - диссертацияның 2.1.1 және 2.1.2 теоремалары. Дәлелденген теоремалар аралық коэффициенттері басым өсетін жоғары жұп ретті шексіз айырымдылық операторының гильберт кеңістігінде қайтарымды болуы үшін жеткілікті шарттарды қарастыратын 2.1.3 теоремасында қолданылған.

3-тарауда қарастырылған мәселелер практикада динамикалық процестерді модельдеу кезінде жиі кездесетін екінші және төртінші ретті дифференциальдық тендеулерге арналған. Тараптың тағы бір ерекшелігі оның алдыңғы тараулардағы бөлімдермен тығыз байланыстылығы. Яғни, алдыңғы бөлімдердегі айырымдық операторлар мен осы тарауда қарастырылатын сәйкес дифференциальдық операторларға қойылатын шарттар салыстырылады. Одан дифференциальдық операторларға қойылатын шарттардың катаң екені жайында тұжырым жасалған.

5. Алынған нәтижелердің практикалық және теориялық маңызы.

Диссертацияда қорғауға ұсынылған нәтижелер жаңа, ғылыми негізделген және теориялық маңызы бар. Сонымен бірге, алынған нәтижелер аралық коэффициенттерінің өсу реті шектеусіз екінші және жоғарғы жұп ретті айырымдық және сингулярлы дифференциальдық операторларға алып келетін практикалық есептерде қолданылуы мүмкін.

6. Диссертация бойынша ескертулер, ұсыныстар.

Диссертация тілі жатық, дәлелдеулер заманауи ғылыми айналыстағы терминдер арқылы берілген. Жұмыстың мазмұнында кейбір техникалық қателер жіберілген: 32 бетте «=» белгісі артық қойылған, 25-26 беттерде (1.2.1)-(1.2.4) сілтемелері қойылмаған, 74-бетте (3.1.5) шарты дұрыс берілмеген, ол $\gamma_{1,\sqrt{|r_0|}} < \infty$ түрінде жазылуы керек. Дегенмен, бұл кемшіліктер диссертацияның жоғары құндылығына әсер етпейді.

7. Дипломдарды беру ережелеріне қойылатын талаптардың бөлігі ретінде диссертацияның мазмұнына сәйкестігі.

Диссертациялық жұмыс тұтастай алғанда жоғарғы ретті дифференциальдық және айырымдық операторлардың бөліктенуі мен спектрлік қасиеттері қолданылуы мәселесіне айтулы үлес қосатын кешенді еңбек болып табылады. Алынған нәтижелер жаңа және екінші ретті сингулярлы операторлар теориясының осыған дейін М. Өтелбаев, Б. Мұсілімов, С. Cuevas, С. Lizama, Қ.Н. Оспанов, Р.Д. Ахметқалиева және А. Зұлхажавтың т.б. еңбектерінде негізделген нәтижелерді жоғарғы ретті дифференциальдық және айырымдық операторлар үшін әрі қарай дамытады.

Жұмыстың бөлімдері арасында тығыз байланыс бар. Оларда қарастырылатын мәселелер ортақ, зерттеу әдістері жақын. Негізгі нәтижелер 9 ғылыми мақала мен конференциялар материалдарында, олардың ішінде 3 мақала ҚР БФМ білім және ғылым саласындағы бақылау комитеті ұсынған басылымдарда, 1 жұмыс Scopus деректер қорына енетін нөлдік емес импакт-факторы бар ғылыми журналда, 1 жұмыс шетелдік басылымда, 4 жұмыс халықаралық ғылыми конференциялардың еңбектері және тезистер жинақтарында, оның ішінде 1 жұмыс шет елде өткен конференция еңбектері жинағында жарияланған.

Қорыта келе, «Жоғарғы ретті дифференциалдық және айырымдық операторлардың бөліктенуі мен спектрлік қасиеттері» тақырыбына орындалған диссертациялық жұмыс «6D060100 – Математика» мамандығы бойынша философия докторы (PhD) дәрежесін алу үшін қойылған талаптарға толық жауап береді, ал диссидентант Д.Р. Бейсеноваға жоғары жұп ретті дифференциалдық және айырымдық операторлар теориясының маңызды есептерін шешкені үшін аталған мамандық бойынша философия докторы (PhD) дәрежесін беруге болады деп есептеймін.

Рецензент,
ф.-м.ғ.к., Л.Н. Гумилев атындағы
Еуразия ұлттық университетінің доценті

Ж.К. Нурманова



Ғылыми хатшы



Ж.К. Нурманова