

## Отзыв

научного консультанта о диссертационной работе Есбаева А.Н. на тему  
«Вопросы максимальной регулярности одного класса вырождающихся  
дифференциальных уравнений в неограниченной области», представленной  
на соискание степени доктора философии (PhD) по специальности  
6D060100 — Математика

В диссертационной работы А.Н. Есбаева исследуются линейные и нелинейные дифференциальные уравнения второго порядка с неограниченными коэффициентами. Такие уравнения активно изучаются начиная с начала 20-века в связи с реальными приложениями в квантовой механике и теоретической физике. Большая часть полученных результатов систематизированы в известных монографиях Э. Титчмарша, Б.М. Левитана и И.С. Саргсяна, А.Г. Костюченко и И.С. Саргсяна, М. Рид и Б. Саймона, М. Отелбаева, К.Т. Мынбаева и М. Отелбаева, Б. Эверитта и др. В 90-е годы прошлого столетия благодаря приложениям в стохастическом анализе и волновых процессах в средах с сопротивлением появились исследования новых классов уравнений второго порядка, чьи промежуточные коэффициенты могут быстро расти на бесконечности. В работах G. Metafune, W. Arendt, A. Lunardi, S. Fornaro, L. Lorenzi, D. Pallara, V. Vespri, J. Pruss были получены эффективные условия однозначной разрешимости и максимальной регулярности решений эллиптических уравнений с линейно растущими промежуточными коэффициентами. Часть этих результатов были применены к решению эволюционных задач с использованием теории полугрупп соответствующих операторов. В рецензируемой работе указанные исследования продолжаются для дифференциальных уравнений второго порядка с растущими старшими и промежуточными коэффициентами. Помимо разрешимости и регулярности соискатель изучает аппроксимативные возможности решений указанного нового класса уравнений, чьи промежуточные члены как оператор не подчиняются сумме крайних членов. Такие дифференциальные и разностные уравнения активно исследуются в настоящее время, достаточно указать на работы M. Nieber, R. Schnaubelt, Р.Д. Ахметкалиевой, А. Зулхажав, С. Chevas, Д. Бейсеновой, С. Lisama, Ж.Б. Ескабыловой, А. Rhandi и др. Поэтому тематика диссертационной работы А.Н. Есбаева достаточно актуальна.

В работе для линейного сингулярного дифференциального уравнения второго порядка

$$-\rho(x)(\rho(x)y')' + r(x)y' + s(x)y = f(x), \quad (1)$$

$x \in R = (-\infty, \infty)$ , получены следующие результаты. В пространстве Лебега суммируемых с  $p$ -ой степенью на оси функций получены связи между ростом старшего и промежуточного коэффициентов  $\rho$  и  $r$ , обеспечивающие корректную разрешимость. При выполнении условия слабого колебания показано, что решение  $y$  является максимально регулярным. В случае

пространства суммируемых функций (когда  $f \in L_1(-\infty, \infty)$ ) получена коэрцитивная оценка решения уравнения (1) без дополнительных условий на колебание коэффициентов. В случае, когда  $f \in L_2(-\infty, \infty)$  (гильбертов случай), доказана максимальная регулярность решения для сильно колеблющихся коэффициентов  $\rho$  и  $r$ . Получены двусторонние оценки радиуса фредгольмовости и критерий компактности резольвенты уравнения (1). Доказана разрешимость нелинейного сингулярного дифференциального уравнения с зависящими от решения неограниченными коэффициентами при выполнении некоторых связей между ними. Показано, что его решение является максимально регулярным. Все эти результаты получены соискателем самостоятельно, они даны в виде теорем и подробно доказаны.

Новизна результатов состоит в существенном расширении класса коэффициентов рассматриваемых уравнений, для которых сохраняются теоремы о корректной и коэрцитивной разрешимости. Они обобщают отдельные результаты недавних работ К.Н. Оспанова, Р.Д. Ахметкалиевой, посвященные изучению уравнения (1). Результаты установлены на основе применения современного подхода теории функциональных пространств, неограниченных операторов и сингулярных дифференциальных уравнений, в частности, методов, развитых в работах М. Отелбаева, М.Г. Крейна, Б. Макенхаупта, М.Б. Муратбекова и др.

Полученные соискателем научные результаты несомненно перспективны, они позволяют в дальнейшем для изучения свойств решений сингулярного уравнения (1) и некоторых его нелинейных обобщений использовать новых достижений теории вложения весовых пространств Соболева, теорем компактности операторов вложения и других фактов функционального анализа.

В целом, результаты диссертационной работы вносят существенный вклад в теорию дифференциальных уравнений. Они опубликованы в 11 публикациях и доложены на научных конференциях и семинарах.

Поэтому считаю, что работа на тему «Вопросы максимальной регулярности одного класса вырождающихся дифференциальных уравнений в неограниченной области» удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым к PhD диссертациям по специальности 6D060100 – Математика, а ее автор А.Н. Есбаев достоен присуждения степени доктора философии (PhD) по указанной специальности.

Научный консультант,  
доктор физико-математических наук,  
профессор кафедры «Фундаментальная  
математика» Евразийского национального  
университета имени Л.Н. Гумилева

К. Оспанов

