ОТЗЫВ
зарубежного научного консультанта

на диссертационную работу Уркен Гулжан Атькенкызы
«Подобие йонсоновских теорий»,
представленную на соискание степени доктора философии (PhD)
по специальности 6D060100-Математика

Данная диссертация по своему содержанию относиться к классической дисциплине, которая носит названия теория моделей и имеющей отношение к математической логике. В теории моделей изучают свойства формул фиксированного языка и структуры на которых они выполняются. В самой теории моделей, как замечено в обзорной статье Дж. Кейслера «Основы теории моделей» (справочная книга под ред. Дж. Барвайса), исторически сложилось два направления. Их называют «западной» и «восточной» теорией моделей. Эти названия условны, они связаны с географическим местом проживания основоположников теории моделей Абрахама Робинсона и Альфреда Тарского. Первый из которых жил на восточном побережье США, а второй на западном.

Диссертационная работа, выполненная Уркен Г.А., посвящена подобию йонсоновских теорий. Основной целью диссертационного исследования является изучение йонсоновских теорий с учетом их теоретико-модельных свойств, а также с помощью изучения их семантических моделей. При этом, исследование данный диссертаций тесно связано с классическими методами теории моделей связаных с изучением полных теорий которыми являются центры рассматривымых йонсоновских теорий.

Изучаемые йонсоновские теории относится, вообще говоря, к классу неполных теорий. В целом различие между западным и восточным направлениями лишь условно, тем не менее, исследование йонсоновских теорий в теории моделей относиться к проблематике «восточного» направления. Йонсоновские теории удовлетворяют естественным требованиям, таким, как индуктивность, свойство совместного вложения и амальгамы. Примерами йонсоновских теорий являются теории таких классических алгебраических объектов, как поля фиксированной характеристики, группы, абелевы группы, различные типы колец, булевы алгебры, решётки, полигоны. Исследование понятия подобия теорий является важной новой темой в изучении, как для полных так и для йонсоновских теорий, которые по условию не полны.

Более точно, в данной работе рассматриваются результаты, связанные с синтаксическим и семантическим подобием йонсоновских теорий. Новым и актуальным методом исследования йонсоновских теорий является изучение этих теорий с помощью использования понятий синтаксического и семантического подобий полных теорий, так как центр йонсоновской теории является полной теорией. При этом, понятия синтаксического и семантического подобия, как оказалось, сохраняют все важные теоретико-модельные свойства, как например стабильность, категоричность, ранг Морли.

Выделим основные результаты данной диссертации.

1. В рамках изучения понятий синтаксических и семантических подобий йонсоновских теорий были получены следующие результаты.

Теорема 3.2.1. Теории T_{BA} и T_{BR} синтаксически подобны и взаимно интерпретируемы между собой, как для полных теорий, так и для йонсоновских теорий.

Теорема 3.2.2. Теория T_{BA} интерпретируется в теории T_{AG}, как для полных теорий, так и для йонсоновских теорий.

2. Следующий результат связан с некоторой йонсоновской теорией полигонов и посвящен получению описания характеристики таких полигонов с помощью относящихся к ним инвариантов.

Теорема 3.3.5. Пусть T-∃-полная совершенная йонсоновская теория, тогда существует T' - ∃-полная совершенная йонсоновская теория полигонов, такая что теория T йонсоновски синтаксически подобна теории T'.

3. В рамках изучения йонсоновских теорий рассмотрено понятие интерпретируемости и допустимости на языке семантической тройки йонсоновской теории. Получено описание синтаксического и семантического подобий совершенных фрагментов йонсоновских подмножеств семантической модели экзистенциально-простой выпуклой йонсоновской теории.

Теорема 3.4.1. Пусть $Fr(A_1)$ и $Fr(A_2)$ являются ∃-полными совершенными йонсоновскими теориями, тогда следующие условия эквивалентны:

1) $Fr(A_1)$ и $Fr(A_2)$ являются J-синтаксически подобными йонсоновскими теориями;

2) $Fr(A_1)^*$ и $Fr(A_2)^*$ являются синтаксически подобными полными теориями, где $Fr(A_1)^*$ и $Fr(A_2)^*$ – центры фрагментов рассматриваемых множеств A_1 и A_2.

4. В рамках изучения подобия классов йонсоновских спектров получены следующие результаты:

Теорема 3.5.5. Для любой ∃-полной йонсоновской совершенной теории T существует T'_{Π} йонсоновская ∃-полная теория, так как $T \overset{S}{\rtimes} T'_{\Pi}$.

Теорема 3.5.6. Пусть$[T] \in JSp(\mathcal{A})/_{\bowtie}$, тогда для любого совершенного ∃-полного класса $[T] \in JSp(\mathcal{A})/_{\bowtie}$ существует класс $[T_{\Pi}] \in JSp(\mathcal{B})/_{\bowtie}$, где T_{Π} является ∃-полной йоносоновской теорией некоторой модели $\mathcal{B}$ сигнатуры полигонов, такой что $[T] \overset{S}{\rtimes} T_{\Pi}$.

5. В рамках изучения отношения неформкуемости на подмножествах семантической модели некоторой фиксированной йонсоновской теории, если эти подмножества являются йонсоновскими, то используя понятие оператора замыкания, задающего предгеометрию на этих подмножествах, то верны следующие результаты, описывающие оператор замыкания удовлетворяющей следущим аксиомам.

Аксиома 1. Если $M \in E_T$, тогда $M = \overline{M}$, $\overline{M} \leftrightharpoons \cup \{cl(m) | m \in M\}$.

Аксиома 2. Если $M \in E_T$ және $M = \overline{M}$, $\bar{a}$, $\bar{b}$ – кортежи элементов из $C_T \backslash M$.

Теорема 3.6.4. Пусть T - совершенная йонсоновская J-λ – стабильная теория, полная для ∃ - предложений с оператором замыкания cl. Тогда следующие условия эквивалентны:

1) cl удовлетворяет аксиомам 1,2;
2) Если $M \in E_T$, то для всех $a \in C_T \backslash M$ выполняется $C_M\ (a)\ = cl(\ C_M(a))$.

Теорема 3.6.5. Пусть T - совершенная йонсоновская J-λ – стабильная теория, полная для ∃-предложений с оператором замыкания cl, оператор cl удовлетворяет аксиомам 1,2, $M, N \in E_T$, $M \prec_{\exists_1} N$, $a \in N \backslash M$, тогда:

1. $M \prec_{\exists_1} M \cup (N \cap C_M(a)) \preccurlyeq_{\exists_1} N$;
2. $M \preccurlyeq_{\exists_1} N \backslash (N \cap C_M(a)) \prec_{\exists_1} N$.

Все результаты полученные в диссертации снабжены полными доказательствами. Отметим, что приведенные результаты опубликованы в соответствующих рейтинговых журналах по базе Web of Science и Scopus, а также эти результаты докладывались на различных международных конференциях и научных семинарах по профилю диссертации.

Учитывая всё вышесказанное, я могу отметить, что в работе Уркен Г.А., получены представляющие интерес новые научные результаты, которые могут быть полезны, как для дальнейших теоретических исследований, так и для практического применения результатов данной диссертации и эти результаты несомненно внесут вклад в развитие выше указанных обоих направлений теории моделей.

Считаю, что диссертационная работа Уркен Гулжан Атькенкызы на тему «Подобие йонсоновских теорий» соответствует всем требованиям, предъявляемым к диссертационным работам на соискание степени доктора философии (PhD) по специальности «6D060100-Математика», а ее автор заслуживает присуждения степени доктора философии (PhD).

Зарубежный научный консультант
Главный научный сотрудник
Института Математики им.
С.Л. Соболева СО РАН
д.ф.-м.н., профессор А.С. Морозов

05.04.24

Подпись А.С. Морозова заверяю
Учёный секретарь / Дедурина И.А.