

УРКЕН ГУЛЖАН АТЬКЕНКЫЗЫ

ПОДОБИЕ ЙОНСОНОВСКИХ ТЕОРИЙ

АННОТАЦИЯ

**диссертации на соискание степени доктора философии (PhD)
по специальности 6D060100 – Математика**

Актуальность темы. Теория моделей - один из важнейших разделов современной математики. Теория моделей лежит в основе математической логики, универсальной алгебры, абстрактной алгебры, топологии и геометрии. Один из известных математиков Дж. Кейслер рассматривал теорию моделей, разделив ее на два направления: «восточное» и «западное». Эти названия являются условными, т.к. они связаны с местом проживания основоположников теории моделей. А. Робинсон и А. Тарский жили на восточном и западном побережьях США соответственно. Западная теория моделей занималась изучением полных теорий, тогда как восточное направление изучало неполные теории.

Проблема классификации полных теорий в теории моделей поставленная в диссертационной работе, в настоящее время является наиболее актуальной проблемой в этой области. Изучаемые йонсоновские теории, вообще говоря, неполны, поэтому представляется очевидной необходимость классифицировать эти теории по принципу подобия. Фактически понятие подобия - это понятие, введенное для полных теорий. Исследование этого понятия является важной новой темой для йонсоновских теорий. Кроме того, новыми являются и методы исследования. В диссертации рассматриваются синтаксическое и семантическое подобия йонсоновских теорий, синтаксическое подобие полигона и подобие класса йонсоновского спектра.

Актуальность изучения подобия йонсоновских теорий, в том числе синтаксического и семантического подобий, через теоретико-модельные свойства не вызывает сомнения, а также представляет собой интересную и сложную проблему теории моделей. Более точно, в данной работе рассматриваются результаты, связанные с синтаксическим и семантическим подобием йонсоновских теорий. Новым и актуальным методом исследования йонсоновских теорий является изучение этих теорий с помощью использования понятий синтаксического и семантического подобий полных теорий, так как центр йонсоновской теории является полной теорией.

При этом, понятия синтаксического и семантического подобий, как оказалось, сохраняют все важные теоретико-модельные свойства, как например стабильность, категоричность, ранг Морли.

Цель работы. Основной целью диссертационного исследования является изучение синтаксического и семантического подобий йонсоновских теорий.

Задачи исследования: Содержание диссертации представляет собой исследование следующих проблем:

1. Показать что теории булевых колец и булевой алгебры синтаксически подобны и взаимно интерпретируемы;

2. Рассмотреть, интерпретирует ли теория булевой алгебры теорию абелевых групп;

3. Найти для любой \exists -полной совершенной йонсоновской теории некоторую синтаксически подобную \exists -полную совершенную йонсоновскую теорию полигонов;

4. Получить описание синтаксического и семантического подобий совершенных фрагментов йонсоновского подмножества семантической модели экзистенциальной простой выпуклой йонсоновской теории;

5. Получить результаты в рамках исследования подобия классов йонсоновских спектров;

6. Получить результаты, описывающие оператор замыкания, с использованием понятия оператора замыкания, определяющего исходную геометрию в рамках изучения нефоркуемых отношений на подмножествах семантической модели некоторой йонсоновской теории, если эти подмножества являются йонсоновскими.

Объект исследования: Объектом исследования являются подобия йонсоновских теорий.

Предмет исследования: Предметом исследования являются йонсоновские теории, а также определение основных свойств синтаксического и семантического подобий йонсоновских теорий.

Методы исследования: Одним из основных методов теории классических моделей в диссертационной работе является семантический подход. Основное содержание этого подхода заключается в переносе свойств центра рассматриваемой теории на саму теорию.

Научная новизна. Исследование основных понятий йонсоновских теорий и связи между синтаксическим и семантическим подобиями с точки зрения теоретико-модельных свойств.

Теоретическая и практическая ценность работы.

Результаты, полученные в диссертации, носят теоретический характер и могут быть использованы в дальнейших исследованиях в рамках теории моделей и при изучении семантического и синтаксического подобий йонсоновских теорий. Поскольку основные вопросы, связанные с этой темой, относятся к классической форме теории моделей, они используются в прикладных и научных областях математики.

Положения, выносимые на защиту.

На защиту выносятся:

1. Показано что булево кольцо и булева алгебра – синтаксически подобные и взаимно интерпретируемые теории;

2. Показано что теория булевой алгебры интерпретирует теорию абелевых групп;

3. Для любой \exists -полной совершенной йонсоновской теории найдена некоторая синтаксически подобная \exists -полная совершенная йонсоновская теория полигонов;

4. Получено описание синтаксического и семантического подобий совершенных фрагментов йонсоновского подмножества семантической модели экзистенциальной простой выпуклой йонсоновской теории;

5. Получены результаты в рамках исследования подобия классов йонсоновских спектров;

6. Получено описание оператора замыкания с использованием понятия оператора замыкания, определяющего начальную геометрию в рамках исследования отношения нефоркинга на подмножествах семантической модели некоторой йонсоновской теории, если эти подмножества являются йонсоновскими.

Достоверность и обоснованность обеспечивается конструктивностью используемых методов. Общие выводы представлены в виде теорем и представлены их доказательства.

Апробация работы.

Основные результаты диссертации были подтверждены и обсуждены на следующих конференциях и семинарах:

1. 6th World Congress and School on Universal logic (Виши (Франция), 2018 – 16-26 июня).

2. 16th Asian Logic Conference (Казахстан, Нур-Султан, Назарбаев университет, 2019 – 17-21 июня);

3. Традиционная международная апрельская математическая конференция (Казахстан, Алматы: Институт математики и математического моделирования, 2019 – 3-5 апреля);

4. Международная конференция «Актуальные проблемы анализа, дифференциальных уравнений и алгебры» (EMJ-2019) (Казахстан, Нур-Султан: Евразийский национальный университет имени Л.Н.Гумилева, 2019 – 16-19 октября);

5. Международная научная конференция «Теоретико-прикладные проблемы математики, механики и информатики» (Казахстан, Караганда: Карагандинский университет им. академика Е.А. Букетова, 2019 г – 12-13 июня).

6. Традиционная международная апрельская математическая конференция (Казахстан, Алматы: Институт математики и математического моделирования, 2024 – 16-19 и 22 апреля);

7. Семинар прикладной математики Карагандинского университета имени академика Е.А. Букетова (лаборатория «Математическая логика»).

Публикации.

Основные результаты диссертации опубликованы в 13 научных работах: 1 статья в журнале «Bulletin of the Karaganda University Mathematics Series», индексируемом в базе Scopus, процентиль–35), 4 статьи в журналах, рекомендованных Комитетом по обеспечению качества в области науки и высшего образования Министерства науки и высшего образования РК и 7 работ опубликованы в материалах международных научных конференций, 1 статья опубликована в Республиканской научной конференции.

В работах, выполненных с соавторами, вклад каждого из соавторов является равным.

Структура и объем диссертации.

Диссертация объемом 84 страниц состоит из следующих структурных элементов: введение, три главы, заключение, список использованных источников. Главы диссертации тесно связаны между собой.

В первой главе диссертации рассмотрены основные понятия теории моделей, в частности, рассмотрены такие основные темы, как сигнатуры алгебраических моделей, язык первого порядка, мономорфизмы, элементарная эквивалентность, полнота модели.

Во второй главе приведены необходимые сведения по теории моделей, изучаемые в рамках йонсоновских теорий. В этой главе в рамках изучения йонсоновских теорий, вообще говоря, неполных теорий, были рассмотрены компаньоны, классические проблемы теории моделей, такие как синтаксическое и семантическое подобия полных теорий.

В третьей главе диссертации показаны основные результаты, в частности, рассмотрено подобие классов йонсоновских спектров. В каждом параграфе соответственно приведены допустимость йонсоновских теорий, связь между семантическим и синтаксическим подобием йонсоновских теорий, синтаксическое подобие некоторых йонсоновских теорий и их связь с допустимостью, основные выводы и доказательства подобия классов йонсоновских спектров.

Количество использованных источников – 56.

Ключевые слова. Йонсоновская теория, йонсоновская совершенная теория, семантическая модель, синтаксическое и семантическое подобие, йонсоновский спектр, косемантичность, допустимость, интерпретация, S-полигон.