

# ТӨЛЕУБАЙ АЛТЫН МҰҚАНҚЫЗЫ

## ОБ АТТРАКТОРАХ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ СТОКСА В ДВУМЕРНОЙ ПОРИСТОЙ СРЕДЕ

### АННОТАЦИЯ

диссертации на соискание степени доктора философии (PhD) по  
образовательной программе 8D05401-Математика

**Актуальность темы.** Современное материаловедение и прикладные задачи современной физики, биологии и химии приводят, в частности, к изучению процессов в микронеоднородных средах (скелетоны, пористые среды, композиционные материалы наноструктуры и т.п.). Такие задачи трудно решать с помощью численных методов и вычислительных средств, поскольку требуют изучения и решения систем алгебраических уравнений с миллиардами неизвестных и уравнений. В таком случае приходят на помощь методы асимптотического анализа и теории усреднения, которые позволяют выписать существенно более простые задачи в областях без микронеоднородностей, решения которых близки к решениям исходных задач [1-6].

В этой работе изучается асимптотическое поведение аттракторов начально-краевой задачи для двумерной системы уравнений Навье-Стокса в анизотропной среде с периодическими и локально-периодическими мелкозернистыми препятствиями, размеры которых зависят от малого параметра  $\varepsilon$ , при стремлении этого параметра к нулю. Задачи в перфорированных областях (в областях с мелкозернистыми препятствиями) привлекают большое внимание специалистов-математиков (см., например, [7-13]).

О некоторых результатах по усреднению для различных задач в перфорированных областях можно прочитать в монографиях [14-20], а также ознакомиться там с подробной библиографией.

Аттракторы описывают поведение решений диссипативных нелинейных эволюционных уравнений при больших временах, а также характеризуют устойчивость и неустойчивость предельных структур соответствующих динамических систем (см., например, монографии [20 р. 467-486; 21-33] и ссылки в них). Задачи для автономных и неавтономных двумерных уравнений Навье-Стокса с осциллирующими членами были изучены в [34-36].

Отметим некоторые результаты по усреднению аттракторов, которые появились в последнее время (см. [38]). В работах [38, с. 95-103; 39-44] и [44, р. 289-308; 45, 46] изучалось усреднение аттракторов скалярных эволюционных уравнений реакции-диффузии с диссипацией в периодических перфорированных областях.

В диссертационной работе нас интересует асимптотическое поведение траекторных аттракторов системы уравнений Навье-Стокса и общей системы

уравнений Навье-Стокса с быстро осциллирующими членами в перфорированной области (области с препятствиями). Мы изучаем слабую сходимости и предельное поведение аттракторов при стремлении малого параметра  $\varepsilon$  к нулю (здесь малый параметр характеризует диаметр полостей (препятствий) и расстояние между ними в среде). Нами показано, что аттракторы исходных начально-краевых задач сходятся к аттракторам предельных (усредненных) начально-краевых задач для систем уравнений Навье-Стокса с измененными главными частями и с дополнительными потенциалами (аналогичные задачи смотри в [44, p. 289-308], [20, p.467-486], [21, p. 655-683]).

**Цель работы.** Целью данной работы является изучение поведения аттракторов двумерной системы уравнений Навье-Стокса и обобщенной двумерной системы уравнений Навье-Стокса, заданных в областях с малыми отверстиями, при стремлении малого параметра, характеризующего размер этих отверстий и расстояние между ними к нулю.

**Задачи исследования.**

- Изучить предельное поведение траекторных аттракторов начально-краевой задачи для двумерной системы уравнений Навье-Стокса в периодической пористой среде;
- Изучить предельное поведение траекторных аттракторов начально-краевой задачи для двумерной системы уравнений Навье-Стокса в локально-периодической пористой среде;
- Изучить предельное поведение траекторных аттракторов начально-краевой задачи для обобщенной двумерной системы уравнений Навье-Стокса в локально-периодической пористой среде.

**Объект исследования.** Траекторные аттракторы двумерной системы уравнений Навье-Стокса в областях с периодическими и локально-периодическими малыми препятствиями.

**Методы исследования.** Для изучения поставленных задач используются методы асимптотического анализа и теории усреднения начально-краевых задач дифференциальных уравнений в частных производных.

**Основные положения.** В работе получены следующие новые научные результаты:

1. Получено условие сходимости и описано предельное поведение траекторных аттракторов плоской задачи Навье-Стокса в периодической пористой среде;
2. Получено условие сходимости и описано предельное поведение траекторных аттракторов двумерной задачи Навье-Стокса в локально-периодической перфорированной среде;
3. Получено условие сходимости и описано предельное поведение траекторных аттракторов двумерной задачи Навье-Стокса для анизотропной

жидкости с переменной вязкостью в локально-периодической перфорированной среде.

### **Описание основных результатов исследования**

В первой части диссертационной работы даются основные понятия о траекторных аттракторах автономных эволюционных уравнений и формулируются общие теоремы.

Во второй части исследовательской работы получены условия сходимости траекторных аттракторов плоской задачи Навье-Стокса в периодической пористой среде.

В третьем разделе получены условия сходимости траекторных аттракторов двумерной задачи Навье-Стокса в локально-периодической перфорированной среде.

В четвертом разделе получены условия сходимости траекторных аттракторов двумерной задачи Навье-Стокса для анизотропной жидкости с переменной вязкостью в локально-периодической перфорированной среде.

### **Обоснование новизны и важности полученных результатов.**

Полученные в работе научные результаты являются новыми и носят теоретический характер. Они описывают долговременное поведение решений двумерной системы уравнений Навье-Стокса в периодической и локально-периодической перфорированной среде. Эти результаты могут быть также использованы в прикладной математике при проведении численного моделирования движения жидкости в плоских областях с мелкими препятствиями.

Полученные научные результаты могут быть использованы в качестве разделов элективных курсов по дифференциальным уравнениям в частных производных при подготовке научных кадров в магистратуре и докторантуре.

**Апробация полученных результатов.** Основные результаты работы были представлены на следующих конференциях:

1. Международная научно–практическая конференция «Современные проблемы математики и ее приложений», Филиал Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова в городе Душанбе, Душанбе, 3–4 июня 2022 г.;

2. Традиционная международная апрельская математическая конференция в честь Дня работников науки Республики Казахстан, Институт математики и математического моделирования, Казахстан, г. Алматы, 6–8 апреля 2022 г.;

3. XVII международная научная конференция студентов, магистрантов и молодых ученых «Ломоносов–2022», Казахстанский филиал МГУ имени М.В. Ломоносова, Казахстан, г.Нур–Султан, 15–16 апреля 2022 г.;

4. XVII международная научная конференция студентов, магистрантов и молодых ученых «G'yulum ja'ne bilim-2022», Евразийский национальный

университет имени Л.Н. Гумилева, Казахстан, г. Нур-Султан, 11 апреля 2022 г.;

5. IX Международная научная конференция «Проблемы дифференциальных уравнений, анализа и алгебры», Актюбинский региональный университет имени К. Жубанова, Казахстан, г. Актобе, 24–28 мая 2022 г.;

6. Международная конференция «Вычислительные и информационные технологии в науке, технике и образовании», посвященная 90-летию со дня рождения академика Надирова Н.К. и 80-летию юбилею академика Отелбаева М.О., Казахский национальный университет имени Аль-Фараби, Казахстан, г. Алматы, 12–15 октября 2022г.;

7. Международная научная конференция «Актуальные задачи математики, механики и информатики», посвященная 80-летию профессора Мустафина Т.Г., Карагандинский университет имени академика Е.А. Букетова, Казахстан, г. Караганда, 8-9 сентября 2022г.;

8. XVIII международная научная конференция студентов, магистрантов и молодых ученых «Ломоносов–2023», Казахстанский филиал МГУ имени М.В. Ломоносова, Казахстан, г. Астана, 14–15 апреля 2023 г.;

9. XVIII международная научная конференция студентов, магистрантов и молодых ученых «G'ulum ja'ne bilim-2023», Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилева, Казахстан, г. Астана, 12 апреля 2023 г.;

10. VII Всемирный конгресс математиков тюркского мира (TWMS Congress 2023), Международный казахско-турецкий университет имени Яссави, Казахстан, г. Туркестан, 20–23 сентября 2023 г.

Также, индивидуальные результаты работы были обсуждены на следующих семинарах:

1. Научный семинар «Функциональный анализ и его применение» (руководители: академики НАН РК М. Отелбаев и Р. Ойнаров, профессора Е.Д. Нурсултанов и К.Н. Оспанов).

2. Научный семинар кафедры «Фундаментальной математики» Евразийского национального университета имени Л.Н. Гумилева (30 ноября 2023 г., 4 апреля и 18 апреля 2024 г.)

**Соответствие направлениям развития науки или государственным программам**

Диссертационная работа выполнена в рамках проекта, финансируемого из государственного бюджета АР22684340 «Об асимптотике аттракторов комплексного уравнения Гинзбурга-Ландау в перфорированной области с осциллирующей границей».

Тема диссертационного исследования соответствует приоритетному

направлению «Интеллектуальный потенциал страны» по направлению науки «Естественные науки», специализированному научному направлению «Фундаментальные и прикладные исследования в области математики, механики, астрономии, физики, химии, биологии, информатики и географии».

**Публикации.** Основные результаты диссертации опубликованы в 15 работах (5 статей и 10 тезисов). Из них 4 статьи в журналах, входящих в базу Web of Science Core Collection и Scopus (2 статьи в журналах с процентилем более 35), 1 статья в зарубежном издании, а также 10 тезисов в материалах международных научных конференций.

**Описание вклада докторанта в подготовку каждой публикации**

Основные результаты диссертации опубликованы в 5 работах (1 статья написана докторантом единолично. В 4 работах, написанных в соавторстве с научными консультантами, научным консультантам принадлежат постановки задач и выбор методологии исследования, а докторантом самостоятельно сформулированы основные и вспомогательные результаты и проведено их доказательство).

**Структура и объем диссертации.** Диссертация состоит из введения, четырех частей, заключения, списка использованной литературы и приложения.

**Количество использованных источников – 73.**

**Ключевые слова:** аттрактор, усреднение, система уравнений Навье-Стокса, слабая сходимости, пористая среда, перфорированная область, быстро осциллирующие члены.