

ОТЗЫВ

зарубежного научного консультанта

на диссертационную работу Омаровой Махабат Толеуовны

«Теоретико-модельные свойства центральных типов

выпуклых йонсоновских теорий»,

представленную на соискание степени доктора философии (PhD)

по специальности 6D060100-Математика

В рассматриваемой диссертационной работе изучаются теоретико-модельные свойства центральных типов выпуклых йонсоновских теорий. Данная тема относится к решению задач «восточной» теории моделей, то есть к той проблематике, которая была определена одним из основателей теории моделей Абрахамом Робинсоном. Более точно, в диссертации изучаются фиксированные йонсоновские теории с учетом таких условий, как совершенность и наследственность йонсоновской теории. При изучении неполных теорий, а йонсоновские теории таковыми, вообще говоря, и являются, встречаются достаточно сложные постановки задач, связанные с их неполной и неэлементарностью специальных подклассов моделей. Как показывает практика, достаточно полные описания таких теорий возможны в случае совершенной йонсоновской теории. В частности, это возможно в силу того, что каждая семантическая модель такой теории является насыщенной. При этом совершенность йонсоновской теории влечет существование модельного компаньона для данной йонсоновской теории, а существование модельного компаньона для таких теорий позволяет выделить элементарный подкласс экзистенциально замкнутых моделей этой теории и ее центра. Наследственность же йонсоновской теории говорит нам о том, что при любом допустимом обогащении сохраняется йонсоновость теории. Необходимость этого определения связана с существованием контрпримера в теории алгебраически замкнутых полей характеристики 0 с выделенным унарным предикатом, так как полученная теория не допускает свойство амальгамирования и, тем самым, не является йонсоновской. Кроме того, оно является достаточным понятием, при этом необходимое условие наследственности йонсоновской теории пока не определено. Поэтому умение установить теоретико-модельные условия, когда это возможно, является важной задачей.

Интересным представляется изучение теоретико-модельных свойств (n_1, n_2) -йонсоновских теорий и их компаньонов, а также цепей экзистенциально-замкнутых моделей таких теорий с учетом обобщения понятия модельной полноты и, соответственно, модельного компаньона. Это обобщение достигается за счет новых понятий относительно формул, которые могут принимать произвольную конечную длину префикса этой формулы и, соответственно, элиминации кванторов до такой длины. Эти два условия дополнительно рассматриваются в рамках позитивности йонсоновской теории. Относительно таких теорий можно рассмотреть цепи моделей с вышеуказанными обобщениями аналогично индуктивной теории, где длина

префикса не превышает числа 2. В связи с этими новыми понятиями получены следующие новые результаты:

В теореме 2.1.1 показано, что вышеприведенные теории имеют не более 1 модельного компаньона в рамках вышеуказанных обобщений.

В теореме 2.1.2 найден критерий вышеперечисленных теорий относительно обобщенных понятий совершенности и модельного компаньона в рамках вышеуказанных обобщений.

В теореме 2.2.3 показана эквивалентность условий, связывающих следующие понятия: совершенность вышеприведенных позитивных теорий, элиминации кванторов до формул фиксированной длины префикса, условия замкнутости относительно цепей моделей, которые являются экзистенциально замкнутыми с точностью до длины префикса рассматриваемых формул.

Под фрагментом йонсоновского множества понимается оболочка Кайзера экзистенциально замкнутой подмодели семантической модели фиксированной йонсоновской теории. Вычисление числа таких фрагментов является сложной теоретико-модельной задачей в силу неполноты, как самой теории, так и ее фрагментов. Основным результатом данной диссертации является получение верхней границы числа фрагментов фиксированной йонсоновской теории. Понятно, что в общем случае число фрагментов не совпадает с числом их семантических моделей, но в работе найдены такие условия, которые позволяют отождествить число фрагментов и число их семантических моделей. Данный подход к тематике модельных компаньонов естественным образом затрагивает введенные А. Робинсоном классические понятия, как выпуклые и сильно выпуклые теории. В работе, в рамках уточнения формульных подмножеств семантических моделей фиксированных фрагментов, определены уточнения понятия выпуклости рассматриваемых теорий с помощью некоторых фиксированных формул, которые определяют подмножество семантической модели, и замыкание этого множества задает экзистенциально замкнутую модель. Замыкание определимых подмножеств обеспечивается с помощью оператора, задающего фиксированную предгеометрию, определенную на поле всех подмножеств, которые являются йонсоновскими подмножествами семантической модели рассматриваемой йонсоновской теории.

В работе для этих целей развивается техника центральных типов, обладающих существенной базой, что позволяет получать размерностные оценки экзистенциально замкнутых подмоделей семантической модели фиксированной йонсоновской теории. Далее этот основной результат обобщается на йонсоновский спектр.

Исходя из вышесказанного, новизна и актуальность данной тематики не вызывает сомнений. Полученные в работе результаты диссертации носят теоретический характер и несут вклад в развитие «западной» и «восточной» направлений теории моделей. Все представленные результаты, выводы и заключения снабжены строгими математическими доказательствами и являются достоверными. Все приведенные утверждения данной диссертации имеют корректное теоретическое обоснование, при этом полученные результаты были апробированы

на различных международных конференциях и научных семинарах, опубликованы в рейтинговых журналах.

На основании вышеизложенного считаю, что диссертационная работа Омаровой Махабат Толеуовны на тему «Теоретико-модельные свойства центральных типов выпуклых йонсоновских теорий» соответствует всем требованиям, предъявляемым к диссертационным работам на соискание степени доктора философии (PhD) по специальности 6D060100-Математика, а ее автор заслуживает присуждения степени доктора философии (PhD).

Зарубежный научный консультант,
д.ф.-м.н., заместитель директора по науке
Института математики
им. С.Л. Соболева СО РАН,
профессор НГУ



С.В. Судоплатов

26.12.2023