

**ОТЗЫВ**  
**зарубежного научного консультанта**  
на диссертационную работу Мусиной Назерке Мухтарамкызы  
«Теоретико-модельные свойства компаньонов гибридов  
йонсоновских теорий»,  
представленную на соискание степени доктора философии (PhD)  
по специальности 6D060100-Математика

В рассматриваемой диссертационной работе изучаются теоретико-модельные свойства компаньонов гибридов йонсоновских теорий. Эта проблематика относится к актуальному научному направлению – теории моделей – одному из наиболее развитых разделов современной математической логики. В современной теории моделей существует условное разделение на «западную» и «восточную» тематику. Специалисты «западного» направления, в основном изучают полные теории и их элементарные классы моделей. Тема данной диссертационной работы связана с «восточной» теорией моделей и изучением, вообще говоря, неполных теорий, а также их некоторых неэлементарных подклассов моделей при исследовании йонсоновских теорий, что является актуальной задачей. Существование модельного компаньона для таких теорий позволяет выделить элементарный подкласс экзистенциально замкнутых моделей данной теории и ее центра. В последнее время специалисты по теории моделей западного направления придают большое значение изучению теоретико-модельных свойств структурных задач малых моделей в обогащенной сигнатуре. В то же время эти обогащения должны сохранять некоторые свойства изучаемых объектов. Как правило, в случае изучения конкретных теоретико-модельных свойств полной теории, они очень редко переносятся на исследование йонсоновских теорий. Это связано прежде всего с тем, что йонсоновские теории, вообще говоря, не являются полными теориями. Поэтому, умение находить теоретико-модельные условия и выделять структурные соотношения, когда это возможно, является важной задачей.

В данной работе рассматриваются теоретико-модельные свойства нового класса йонсоновских теорий, а именно класса теорий, получаемых с помощью различных алгебраических конструкций семантических моделей двух различных йонсоновских теорий одного языка. Такие теории были названы гибридами. В качестве примера были рассмотрены алгебраические конструкции, а именно сумма, прямая сумма, декартово или прямое произведение.

Интересным представляется изучение теоретико-модельных свойств различных компаньонов фиксированного гибрида. К таким свойствам можно отнести практически все классические атрибуты современной теории моделей, как стабильность, категоричность, сильная минимальность, модельная полнота, аксиоматизуемость, интерпретируемость, спектральные вопросы и т.д. Что касается семантического аспекта, то представляют интерес различные свойства, связанные с понятием определимых, формульных подмножеств семантической модели гибрида относительно следующих понятий: атомности, алгебраической

простоты, экзистенциально замкнутности, выпуклости, экзистенциональной простоты.

В данной работе рассматриваются вопросы счетной и несчетной категоричности класса косемантичности йонсоновского спектра произвольной модели рассматриваемой сигнатуры. В работе приведены теоремы, связанные с классическими теоремами теории моделей (М. Морли, Д. Сарацино и П. Линдстрем) в рамках изучения йонсоновских спектров специальных классов структур. Также было введено новое понятие гибрида классов косемантичности йонсоновских теорий, и перенесены на йонсоновские теории известные понятия синтаксического и семантического подобия полных теорий, введенные Т.Г. Мустафиным. В рамках изучения этих новых понятий были получены новые результаты, а именно, критерий синтаксического подобия гибридов классов косемантичности йонсоновского спектра аксиоматизируемого класса моделей счетного языка фиксированной сигнатуры и теорема существования некоторой синтаксически подобной теории полигонов для любого такого гибрида.

Заметим, что полигоны над полугруппой возникают в разных разделах алгебры и ее приложений. Теоретико-множественными вопросами полигонов занимались многие известные математики России и зарубежья, такие как А. В. Михалев, Е.А. Палютин, А.А. Степанова, Е.И. Бунина и др. Поэтому результат, связанный с теорией полигонов, является актуальным, важным и интересным.

Учитывая вышесказанное, актуальность и новизна данной тематики не вызывает сомнения.

Полученные в работе результаты диссертации носят теоретический характер и внесут вклад в развитие обоих направлений теории моделей. Все представленные результаты, выводы и заключения являются достоверными и снабжены строгими математическими доказательствами. Все приведенные утверждения имеют корректное теоретическое обоснование. Полученные результаты апробированы на различных международных конференциях и научных семинарах, опубликованы в рейтинговых журналах.

На основании вышеизложенного считаю, что диссертационная работа Мусиной Назерке Мухтарымкызы на тему «Теоретико-модельные свойства компаньонов гибридов йонсоновских теорий» соответствует всем требованиям, предъявляемым к диссертационным работам на соискание степени доктора философии (PhD) по специальности 6D060100-Математика, а ее автор заслуживает присуждения степени доктора философии (PhD).

Зарубежный научный консультант,  
д.ф.-м.н., заместитель директора по науке  
Института математики  
им. С.Л. Соболева СО РАН,  
профессор НГУ



С.В. Судоплатов

26.12.2023