

ЖУМАБЕКОВА ГАЛИЯ ЕРКИНОВНАНЫҢ

«РҰҚСАТ ЕТІЛГЕН БАЙЫТУЛАРДАҒЫ ЙОНСОНДЫҚ ҚОСАРЛАР»

8D05401-Математика білім беру бағдарламасы бойынша философия докторы (PhD) дәрежесін алу үшін дайындаған диссертациясының

АННОТАЦИЯСЫ

Тақырыптың өзектілігі. Ұсынылып отырған диссертациялық жұмыс математикалық логика бөліміне қарасты модельдер теориясына қатысты. Модельдер теориясы жеке ғылым ретінде өткен ғасырдың 50-ші жылдарында дамыды. Дж. Кейслер және Ч.Чэн сынды ғалымдар өздерінің «Модельдер теориясы» атты атақты кітабында модельдер теориясы эмбебап алгебра мен математикалық логика арасындағы көпір деп айтып кеткен. Тарихи тұрғыдан модельдер теориясының дамуы бірнеше ұрпақтан келе жатқан әртүрлі елдердің математиктері мен логиктерінің есімдерімен тығыз байланысты. Америка Құрама Штаттарында модельдер теориясының екі басты негізін қалаушылар Альфред Тарский мен Абрахам Робинсонның географиялық тұрғылықты жеріне байланысты модельдер теориясын «шығыс» және «батыс» деп ерекшелеуге болатыны туралы ақпарат бәрімізге белгілі. Бұл атаулар, әлбетте, шартты болады, және де диссертациялық жұмысымыздың тақырыбы модель теориясының «шығыс» бағытына қатысты. Бұл бағыттың негіздері мен міндеттерін модельдердің «шығыс» теориясының негізін салушы А.Робинсон анықтап айрықшалады. Йонсондық теориялардың өзінің мәні бойынша индуктивті теориялар класының нақты ішкі класы, жалпы айтқанда, толық емес екенін ескеруіміз қажет. Яғни, йонсондық теорияларды «батыс» модельдер теориясы зерттейтін толық теорияларға қатысты зерттеуде, әрине, толық емес болғандықтан, толық теориялар арсеналынан алынған ұғымдар мен нәтижелерді пайдалана алмаймыз. Осыған байланысты, толық теориялардағы ұғымдар мен нәтижелерді сәйкесінше қайта анықтау және аналогтарын табу есебі өзекті, әрі қызықты, бірақ сонымен бірге айтарлықтай күрделі есеп болып табылады.

Диссертациялық жұмысымыздың өзектілігі, сонымен қатар, эмбебап йонсондық алгебраның (яғни, йонсон шарттарын қанағаттандыратын) модельді-теоретикалық қасиеттерін зерттеумен байланысты. Йонсондық теория толық емес теория болғандықтан, толық теория сияқты зерттелу техникасы дамымаған, сондықтан толық емес теория үшін алынған кез келген нәтиже жаңашылықтың белгісі болып табылады. Модельдер теориясы жағынан йонсондық теориялар кейінгі кезде пайда болған бағыт және нәтижелері классикалық теория модельден әрқашанда жалпылама болып есептелінеді. Бекітілген йонсондық теорияның тілін байытуға бағытталған сұрақтардың шешімін іздеу йонсондық теориялардың мәселелерімен

байланысты. Берілген йонсондық теорияның сигнатурасын бір орынды предикатпен байытқанда бұл теорияның йонсондық қасиетінің сақталмайтындығын көрсететін мысалдар бар екені белгілі.

Мұралы йонсондық теорияның сипаттамасын беру мәселесі әлі де шешімін таппаған мәселе болып табылады. Бұл мәселенің өзектілігін келесі маңызды контр-мысал растайды: алгебралық тұйық өрістің элементарлы теориясы бір орынды предикатпен байытқаннан кейін йонсондық теория болмайды. Осыған байланысты, предикатпен байытуда централды типтердің модельді-теоретикалық қасиеттерін зерттеу мұралы йонсондық теорияларды сипаттау үшін маңызды модельді-теоретикалық есеп болып табылады.

Диссертациялық жұмыста мұрагерлік ұғымының модельді-теориялық қасиеттерін зерттеу есебі централды типтер көмегімен теорияларда ғана емес, сонымен қатар спектрлерде де қарастырылады. Йонсондық спектр ұғымы өзінің экзистенциалды тұйық модельдерінің барлық кластарының синтаксистік және семантикалық инварианттарын құрайды. Берілген спектрдің косемантикалық класын зерттеуге өту арқылы бір және сол семантикалық модельге ие йонсондық теорияларды зерттеуді бастаймыз. Ұсынылып отырған жұмыста спектр тілінің рұқсаттылығы бар байытуында мұрагерлік қасиеті осы спектр үшін сақталады ма деген мәселе туындайды, сондықтан осы есепті теория үшін шеше отырып спектр үшін одан да күрделі сұрақты қарастыра аламыз.

Сонымен қатар, жұмыстағы тағы бір өзекті, зерттеуіміздің бастамасы десек те болатын йонсондық семантикалық қосардың қасиеттерін айқындау еді. Осыған дейін элементарлы қосарлардың толық екенін біліп келдік. Енді осы қосарларды рұқсаттылығы бар байытуда қарастырсақ, толықтығын сақтайды ма немесе йонсондық теория бола ма деген сұрақтың жауабын алатын боламыз.

Жұмыстың мақсаты. Диссертациялық зерттеудің негізгі мақсаты – байытуда рұқсаттылығы бар берілген мұралы йонсондық теориялардың, қосарлардың сондай ақ спектрлердің централды типтерінің синтаксистік және семантикалық қасиеттерін сипаттау. Біз стабильділікті байыту нұсқасында типтердің анықталғандығын сақтайтын тілдің байытуда рұқсаттылығы бар сигнатурасында жұмыс жасаймыз. Еске түсіре кетсек, йонсондық теорияны мұралы деп атаймыз, егер ол бекітілген рұқсаттылығы бар байытуда йонсондық теория болып қалса, яғни теория йонсондылығын сақтаса. Теориялардың, фрагменттердің, спектрлер және олардың модель кластарының тұйықтығы, толықтығы, модельді толықтық, экзистенциалды жай болуы, әлбеттілік, модельді үйлесімділік, модельді компаньон, шекті бүркеу қасиеті, қатты минималдылық сияқты ұғымдарға қатысты синтаксистік және семантикалық қасиеттері сәйкес байытулардағы централды типтер тілінде зерттелетін болады.

Зерттеу міндеттері. Осы жұмыстың мазмұны мынадай есептерді зерттеу болып табылады: рұқсат етілген байытулардағы арнайы ішкі жиындардың фрагменттерінің кейбір модельді-теоретикалық қасиеттерін алу; модулярлы дөңес йонсондық және $\forall\exists$ -сөйлемдер үшін толық теориялар үшін ω -әлбеттілік

критерийін алу; рұқсат етілген байытулардағы бір сигнатурадан тұратын мұралы йонсондық теориялардың үшін кейбір модельді-теоретикалық қасиеттеріне қатысты нәтижесін алу; арнайы йонсондық геометрияны анықтайтын, тұйықталу операторы берілген семантикалық модельдердің арнайы ішкі жиындар аясында орбиталдық типтер мен қатты минималды жиындардың қасиеттерін алу; йонсондық спектр үшін семантикалық қосарлардың эквиваленттілігінің критерийін алу; арнайы ішкі жиындар йонсондық мұралы теорияның централдық типінің орбитасынан алынған жағдайда семантикалық модельдегі J -қатты минималдық типтерге қатысты нәтижелерін алу; стабильді әрі мұралы теориялардың кейбір модельді-теоретикалық қасиеттерін алу; J -стабильділік пен классикалық стабильділікті байланыстыратын стабильділіктің жалпыламасы йонсондық спектр үшін дәлелдеу; семантикалық қосар мен экзистенциалды шекті бүркеу қасиетінің стабильді кемел йонсондық спектр үшін негізгі қасиеттерді алу.

Зерттеу нысаны. Зерттеу нысаны байытуда рұқсаттылығы бар йонсондық теориялар, сонымен қатар, J -стабильді әрі мұралы йонсондық теориялар мен олардың модельдер кластары болып табылады. Және де, зерттеуіміздің синтаксистік нысаны йонсондық теориялардың мұрагерлігі болып табылады.

Зерттеу пәні. Зерттеу пәні – йонсондық теориялар және оларға тиісті модельдердің кластары.

Зерттеу әдістері. Соңғы уақытта физика-математика ғылымдарының докторы, профессор Ешкеев А.Р. бастаған Қарағанды модельдер теориясы мектебі йонсондық теорияларды зерттеудің жаңа әдістеріне қол жеткізді және олардың бірегейі – бұл рұқсаттылығы бар байытудағы централды типтердің жұмыс техникасын қолдану. Централды типтер әдісін қолданудың мәні - қарастырылып отырған теорияның тілін тұрақтылар және предикаттармен байыту. Және де толық емес теориялар жағдайында модельдер теориясының классикалық тәсілі жұмыс істемейді, сондықтан да диссертациялық жұмысты зерттеуде семантикалық тәсілі де қолданылды.

Ғылыми жаңалық. Диссертациялық жұмыста стабильділікпен байланысты йонсондық теорияларды қарастырамыз. Осыған дейін элементарлы қосарлар толық екені дәлелденіп келді, әрі қарай жұмысымызды толық емес теория үшін, яғни йонсондық қосарларды рұқсат етілген байытуларда қарастырамыз.

Жұмыстың теориялық және практикалық құндылығы. Бұл диссертациялық жұмыстың ғылыми және қолданбалы маңыздылығы модельдер теориясы мен әмбебап алгебра сияқты теоретикалық ғылымдарында, сонымен қатар математика мен информатиканың әртүрлі іргелес класстарының қосымшаларында қызығушылық тудырады. Мысалы, жасанды интеллект әртүрлі пәндік салалардың онтологияларын ресімдеу міндеті деректер қорымен жұмыс істеуде өте маңызды.

Қорғауға шығарылатын ережелер. Диссертациялық зерттеудің келесі негізгі нәтижелері қорғауға ұсынылады:

1) рұқсат етілген байытулардағы арнайы ішкі жиындардың фрагменттерінің кейбір модельді-теоретикалық қасиеттері алынды;

2) модулярлы дөңес йонсондық және $\forall\exists$ -сөйлемдер үшін толық теориялар үшін ω -әлбеттілік критерийі алынды;

3) рұқсат етілген байытулардағы бір сигнатурадан тұратын мұралы йонсондық теориялардың үшін кейбір модельді-теоретикалық қасиеттеріне қатысты нәтиже алынды;

4) арнайы йонсондық геометрияны анықтайтын, тұйықталу операторы берілген семантикалық модельдердің арнайы ішкі жиындар аясында орбиталдық типтер мен қатты минималды жиындардың қасиеттері алынды;

5) йонсондық спектр үшін семантикалық қосарлардың косеманттылығының критерийі алынды;

6) арнайы ішкі жиындар йонсондық мұралы теорияның централдық типінің орбитасынан алынған жағдайда семантикалық модельдегі J -қатты минималдық типтерге қатысты нәтижелер алынды;

7) стабильді әрі мұралы теориялардың кейбір модельді-теоретикалық қасиеттері алынды;

8) J -стабильділік пен классикалық стабильділікті байланыстыратын стабильділіктің жалпыламасы йонсондық спектр үшін дәлелденді;

9) семантикалық қосар мен экзистенциалды шекті бүркеу қасиетінің стабильді кемел йонсондық спектр үшін негізгі қасиеттері алынды.

Жүргізілген зерттеулердің дұрыстығы мен негізділігі пайдаланылған әдістердің конструктивтілігімен қамтамасыз етіледі. Жалпы тұжырымдар теоремалар түрінде берілген және олардың дәлелдеулері ұсынылған.

Жұмыстың апробациясы. Диссертацияның негізгі нәтижелері келесі конференциялар мен семинарларда баяндалып, талқыланды:

– Logic Colloquium 2023: European Summer Meeting of the Association for Symbolic Logic (ASL) (5-9 маусым 2023 ж., Милан университеті, Милан қ., Италия);

– 16th Asian Logic Conference (17-21 маусым 2019 ж., Назарбаев университеті, Нұр-Сұлтан қ., Қазақстан Республикасы);

– Мальцев оқулары халықаралық конференциясы (19-22 қараша 2018 ж., Новосибирск мемлекеттік университеті, Новосибирск қ., Ресей)

– Дәстүрлі халықаралық сәуір конференциясы (3-5 сәуір 2019 ж., Математика және математикалық модельдеу институты, Алматы қ., Қазақстан Республикасы);

– Дәстүрлі халықаралық сәуір конференциясы (6-8 сәуір 2022 ж., Математика және математикалық модельдеу институты, Алматы қ., Қазақстан Республикасы);

– Дәстүрлі халықаралық сәуір конференциясы (16-19 және 22 сәуір 2024 ж., Математика және математикалық модельдеу институты, Алматы қ., Қазақстан Республикасы);

– «Анализдің, дифференциалдық тендеулердің және алгебраның өзекті мәселелері» (ЕМЖ-2019) халықаралық конференциясы (16-19 қазан 2019 ж., Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, Нұр-Сұлтан қ., Қазақстан Республикасы);

– «Математика, механика және информатиканың теориялық қолданбалы мәселелері» халықаралық ғылыми конференциясы (12–13 маусым, 2019 ж., Академик Е.А. Бөкетов атындағы Қарағанды университеті, Қарағанды қ., Қазақстан Республикасы).

– Академик Е.А. Бөкетов атындағы Қарағанды университетінің Қолданбалы математика семинары («Математикалық логика» лабораториясы).

Жарияланымдар. Диссертацияның негізгі нәтижелері 12 жұмыста жарияланды: 1 мақала – Scopus базасында индекстелетін журналда, 3 мақала Қазақстан Республикасы Ғылым және жоғары білім министрлігінің Ғылым және жоғары білім саласындағы сапаны қамтамасыз ету комитеті ұсынған журналдарда және 8 жұмыс халықаралық ғылыми конференциялар материалдарында жарияланды.

Бірлескен авторлармен орындалған жұмыстарда бірлескен авторлардың әрқайсысының үлесі тең болып табылады.

Диссертацияның құрылымы мен көлемі. 64 беттен тұратын диссертациялық жұмыс келесі құрылымдық элементтерден тұрады: кіріспе, екі бөлім, қорытынды, пайдаланылған дереккөздер тізімі. Анықтамалар мен тұжырымдардың нөмірленуі үш индекстен тұрады: бірінші индекс – бөлім нөмірі, екіншісі – параграф нөмірі, үшінші – осы параграфтағы анықтаманың немесе тұжырымның меншікті нөмірі.

Диссертациялық жұмыс өзара тығыз байланысқан екі тараудан тұрады. Бірінші тарауда рұқсаттылығы бар байытудағы мұралы теориялардың кейбір қасиеттерін тұжырымдайтын негізгі нәтижелер және де осы нәтижелерді алуда қолданылатын негізгі ұғымдар туралы айтылған. Осы нәтижелерді жеке-жеке қарастыру мақсатында, тарау алты параграфқа бөлінген, сәйкесінше әр параграфта кемел йонсондық теориялар және спектрлер, йонсондық стабильділік және оның кейбір жалпыламасы, рұқсаттылығы бар байыту туралы түсінік және централды тип, бекітілген йонсондық теорияның семантикалық моделінің алғашқы және елеулі типтер геометриясындағы қатты минималды жиындар, йонсондық теорияның әлбеттілік қасиеттері, йонсондық теориялардағы форкингтің аксиоматикалық түрде берілуі туралы нақтырақ қарастырылған.

Екінші тарау диссертациялық жұмыстың негізгі нәтижелерін көрсетеді, атап айтсақ рұқсаттылығы бар йонсондық қосарлардың қасиеттерін қарастырады. Бұл тарау төрт параграфтан тұрады. Әр параграфта, сәйкесінше, мұралы теориялар үшін йонсондық P -стабильділік қасиеттері, йонсондық семантикалық қосар, йонсондық шекті бүркеу қасиеті, көп өлшемді емес йонсондық теориялар туралы тұжырымдамалар мен олардың дәлелдемелері берілген.

Пайдаланылған дереккөздер саны – 64.

Кілт сөздер. Йонсондық теория, семантикалық модель, кемел мұралы йонсондық теория, кемел мұралы йонсондық спектр, модулярлы алгеометрия, рұқсаттылығы бар байыту, централды тип, әлбеттілік, экзистенциалды түйық модель, J -қатты минималды жиын, елеулі тип, J -стабильді теория, семантикалық қосар, экзистенциалды шекті бүркеу қасиеті, теорияның J -көп өлшемді емес болуы.