

ЖАҢАБЕРГЕНОВА НАЗЕРКЕ САЛМЕНҚЫЗЫ

КВАЗИСЫЗЫҚТЫ ЖӘНЕ БИСЫЗЫҚТЫ ДИСКРЕТТІК ОПЕРАТОРЛАРДЫҢ САЛМАҚТЫ БАҒАЛАУЛАРЫ

8D05401-Математика білім беру бағдарламасы бойынша философия докторы (PhD) дәрежесін алу үшін дайындалған диссертацияның АННОТАЦИЯСЫ

Зерттеу тақырыбының өзектілігі. Диссертациялық жұмыс Харди тәріздес дискреттік операторлардың салмақты бағалауларын алу мәселелеріне арналған.

Үзіліссіз және дискреттік жағдайларында берілетін атақты Харди теңсіздіктер математикалық анализ, дифференциалдық теңдеулер теориясында және де математиканың басқа салаларында орасан қолданысқа ие. Бұл теңсіздіктердің бастапқы түрі кейінірек айтарлықтай жалпыланды. Осыған орай Харди теңсіздігі математикада өз алдына жеке үлкен бағытқа айналып отыр.

Қазіргі таңда Харди тәріздес операторларды қамтитын үзіліссіз және дискреттік теңсіздіктерінің орындалу критерийлерін алу салмақты теңсіздіктер теориясында басты мәселелердің бірі болып табылады. Харди операторлар қатысқан квазисызықты және бисызықты интегралдық немесе дискреттік операторлардың салмақты бағалаулары Харди тәріздес теңсіздіктеріне сипаттама беру екені анық. Сонымен қатар, осындай дискреттік теңсіздіктерді матрицалық операторлар класы үшін қарастыру зерттеудің жаңа толқыны десек болады. Жалпы жағдайда матрица бар дискреттік оператордың салмақты Лебег кеңістігінде шенелімділік критерийі анықталмағандықтан матрицаға әр түрлі шарттар қойылып, матрицасыз жағдайға қарағанда кеңірек нәтижелер алынады.

Математика ғылымында әрқашан интегралдық Харди тәріздес теңсіздіктер зерттеу алда жүреді. Алайда интегралдық және дискреттік теңсіздіктерді сипаттау техникасы және әдістері өзгеше болып келеді. Сонымен қатар, дискреттік теңсіздіктің интегралдық теңсіздікке қарағанда зерттеу параметрінің диапазоны кеңірек, өйткені интегралдық Харди тәріздес теңсіздіктер тривиальды жағдайларда ғана орындалады, яғни $0 < p \leq 1$ жағдайда интегралдық теңсіздік сол жағы нөлге тең болғанда ғана орындалады. Ал дискреттік аналогы $0 < p < \infty$ жағдайда орындалады. Бұл диссертациялық жұмыста біз $0 < p \leq 1$ болған жағдайдың нәтижелерін береміз, бұл нәтижелер жаңа болып табылады.

Диссертациялық жұмыста Харди операторымен қатар матрицалық оператор қатысқан үш параметрлі дискреттік бисызықты және квазисызықты салмақты теңсіздіктер зерттелген.

Харди тәріздес интегралдық және дискреттік теңсіздіктерді және олардың әртүрлі жалпыланған түрлерін дүниежүзінің көптеген елдері

зерттейді. Мысалы, Ресей, Швеция, Чехия, АҚШ, Хорватия, Италия, Норвегия, Қытай ғалымдары.

Қазақстанда Харди тәріздес теңсіздіктерін зерттеу М.Өтелбаев және Р.Ойнаровтың жұмыстарынан бастау алып, А.Қалыбай, А.М.Темирханова, А.М.Абылаева еңбектерінде жалғасын тапты. Диссертация тақырыбы бойынша С.Х. Шалгинбаева, А.М. Темирханова, Ж.А. Таспаганбетова, Б. Омарбаевалардың диссертациялары қорғалды.

Жұмыстың мақсаты: Квазисызықты, матрицасы бар квазисызықты және бисызықты операторлары үшін дискреттік салмақты Харди тәріздес теңсіздіктің орындалуының қажетті және жеткілікті шарттарын параметрлердің әр түрлі қатынастарында алу.

Зерттеу міндеттері:

- параметрлерінің кейбір өзара қатынасында дискреттік квазисызықты салмақты теңсіздіктер орындалуының салмақты тізбектер терминінде қажетті және жеткілікті шарттарымен қатар теңсіздіктің ең кіші тұрақтысын екі жақты бағалау;

- матрицаға қойылған шарттың негізінде кеңістік параметрлерінің мүмкін болған өзара қатынасында матрицалық оператор қатысқан дискреттік квазисызықты салмақты теңсіздіктер орындалуының салмақты тізбектер мен матрица элементтерінің терминінде қажетті және жеткілікті шарттарымен қатар теңсіздіктің ең кіші тұрақтысын екі жақты бағалау;

- матрицаға қойылған шарттың негізінде кеңістік параметрлерінің мүмкін болған өзара қатынасында, Харди оператор мен матрицалық оператор қатысқан дискреттік бисызықты салмақты теңсіздіктердің орындалуының салмақты тізбектер мен матрица элементтерінің терминінде критерийлермен қатар теңсіздіктің ең кіші тұрақтысын екі жақты бағалау.

Зерттеу нысаны: Лебег тізбектер кеңістігінде Харди тәріздес операторлар қатысқан квазисызықты және бисызықты дискреттік теңсіздіктер.

Зерттеу әдістері. Негізгі нәтижелерді алу үшін бұрыннан белгілі екі салмақты Харди тәріздес теңсіздіктеріне байланысты тұжырымдар мен нәтижелер және тізбектерді бөліктерге бөлу әдісі “локализация әдісі” қолданылады. Сонымен қатар, бисызықты теңсіздікті зерттеу барысында “итерация әдісі” де қолданылады.

Ғылыми жаңалығы. Дискреттік квазисызықты және бисызықты операторлардың кейбір класы үшін салмақты Харди тәріздес теңсіздіктердің орындалу критерийлері.

Қорғауға шығарылатын нәтижелер:

– параметрдің $0 < q < \min\{p, r\} < \infty$ жағдайында дискреттік квазисызықты операторлар үшін салмақты Харди тәріздес теңсіздіктерінің орындалуының қажетті және жеткілікті шарттары алынды;

– параметрдің $0 < r < p \leq q < \infty$, $0 < p \leq 1$ жағдайында дискреттік квазисызықты оператор үшін Харди тәріздес теңсіздігінің орындалуының қажетті және жеткілікті шарттары алынды;

– параметрдің $0 < p \leq q < \infty$ жағдайында матрицасы бар дискреттік квазисызықты операторлар қатысқан Харди тәріздес теңсіздіктерінің орындалуының қажетті және жеткілікті шарттары алынды;

– параметрдің $0 < r < p \leq q < \infty, p > 1$ жағдайында матрицасы бар дискреттік квазисызықты оператор қатысқан Харди тәріздес теңсіздігінің орындалуының қажетті және жеткілікті шарттары алынды;

– параметрдің $0 < \min\{p, s\} < \max\{p, s\} \leq q < \infty$ жағдайында матрицасы бар дискреттік бисызықты оператор үшін Харди тәріздес теңсіздігінің орындалу критерийі алынды;

– параметрдің $0 < \min\{p, s\} \leq 1 < \max\{p, s\} \leq q < \infty$ жағдайында матрицасы бар дискреттік бисызықты оператор үшін Харди тәріздес теңсіздігінің орындалу критерийі алынды;

– параметрдің $1 < \min\{p, s\} \leq q < \max\{p, s\} < \infty$ жағдайында матрицасы бар дискреттік бисызықты оператор үшін Харди тәріздес теңсіздігінің орындалу критерийі алынды.

Алынған нәтижелердің теориялық және практикалық құндылығы. Диссертациялық жұмыстың нәтижесі функционалдық анализ теориясы, оның ішінде итерацияланған және бисызықты дискреттік Харди тәріздес теңсіздіктер теориясының дамуына үлкен үлес қосады.

Алынған нәтижелерді апробациялау.

Диссертациялық жұмыстың негізгі нәтижелері бойынша келесі конференцияларда баяндама жасалды:

1. Математика және математикалық модельдеу институтының Дәстүрлі халықаралық ғылыми сәуір конференциясы (Алматы, 2022, 2023).

2. Студенттер мен жас ғалымдардың «GYLYM JÁNE BILIM – 2022» XVII Халықаралық ғылыми конференциясы (Астана, 2022).

3.«Ломоносов – 2022» студенттердің, магистранттар мен жас ғалымдардың XVII халықаралық ғылыми конференциясы (Астана, 2022).

4. Академик Н.К. Нәдіровтың 90 жылдығына және академик М.Ө. Өтелбаевтың 80 жасқа толу мерейтойына арналған «Ғылым, техника және білім берудегі есептеу және ақпараттық технологиялар» (CITech-2022) Халықаралық конференциясы (Алматы, 2022).

5. «Пәнаралық қолданбалардағы функционалдық талдау» халықаралық математикалық конференция (Antalya, 2023).

Диссертациялық жұмыстың жеке нәтижелері:

– үш рет «Функционалдық анализ және оның қолданылуы» атты ғылыми семинарында (семинар жетекшілері ҚР ҰҒА академиктері М. Өтелбаев және Р. Ойнаров, профессорлар Е.Д. Нұрсұлтанов, Қ.Н. Оспанов);

– бірнеше рет «Салмақты теңсіздіктер және олардың қолданыстары» атты ғылыми семинарында (семинар жетекшілері ҚР ҰҒА академигі Р. Ойнаров, доценттер А.М. Темирханова, Б.М. Абылаева, М. Алдай) баяндама жасап, талқыланды.

Жарияланымдар. Диссертациялық жұмыстың нәтижелері бойынша барлығы 13 жариялым, атап айтқанда 5 мақала Scopus немесе Web of Science

мәліметтер базасында индекстелетін рейтингілі журналдарда (соның ішінде 2 мақала ҚР ҒЖБМ Ғылым және жоғары білім саласындағы сапаны қамтамасыз ету комитетімен ұсынылған тізімге кіретін ғылыми басылымдарда) және 8 жариялым халықаралық ғылыми конференциялар материалдарында жарияланды.

Диссертацияның құрылымы және көлемі. Диссертациялық жұмыс кіріспе, үш тарау, қорытынды мен қолданған әдебиеттер тізімінен тұрады. Диссертацияның жалпы көлемі 106 бет.

Бірінші тарауда дәлелдеуге қажетті тұжырымдар мен леммалар берілген, сонымен қатар квазисызықты дискреттік операторлардың салмақты бағалаулары орындалуының қажетті және жеткілікті шарттары параметрлердің келесі қатынастарында алынған:

- $0 < q < \min \{p, r\} < \infty, p > 1;$
- $0 < q < \min \{p, r\} < \infty, 0 < p \leq 1;$
- $0 < r < p \leq q < \infty, 0 < p \leq 1.$

Екінші тарауда дискреттік Ойнаров шартын қанағаттандыратын матрицасы бар квазисызықты дискреттік операторлардың салмақты бағалаулары орындалуының қажетті және жеткілікті шарттары параметрлердің келесі қатынастарында алынған:

- $0 < p \leq q < \infty, p > 1, 0 < r < \infty;$
- $0 < p \leq q < \infty, 0 < p \leq 1, 0 < r < \infty;$
- $0 < p \leq q < \infty, 0 < p \leq 1, 1 < r < \infty;$
- $0 < p \leq q < \infty, p > 1, 1 < r < \infty;$
- $0 < r < p \leq q < \infty, p > 1.$

Үшінші тарауда дискреттік Ойнаров шартын қанағаттандыратын матрицасы бар бисызықты дискреттік оператордың салмақты бағалауының орындалу критерийлері параметрлердің келесі қатынастарында алынған:

- $0 < p, s \leq 1, 0 < \min \{p, s\} < \max \{p, s\} \leq q < \infty;$
- $1 < p, s < \infty, 0 < \min \{p, s\} < \max \{p, s\} \leq q < \infty;$
- $0 < \min \{p, s\} \leq 1 < \max \{p, s\} \leq q < \infty;$
- $1 < \min \{p, s\} \leq q < \max \{p, s\} < \infty.$

Қорытындыда алынған нәтижелерге қысқаша талдау жасалып, олардың қолданылу ортасы жайлы баяндалған.

Пайдаланылған дереккөздер саны – 74.

Кілт сөздер. Салмақты Лебег кеңістігі, дискреттік оператор, матрицалық оператор, квазисызықты оператор, бисызықты оператор, салмақты бағалау, Харди тәріздес теңсіздік.