

Отзыв
зарубежного научного консультанта
на диссертационную работу Исаевой Айгуль Койшибаевны
«Теоретико-модельные свойства счетных моделей
экзистенциально простых йонсоновских теорий»,
представленную на соискание степени доктора философии (PhD)
по специальности 6D060100-Математика

Изучение классов моделей фиксированной йонсоновской теории имеет большое значение, как в теории моделей, так и в универсальной алгебре. Йонсоновские теории выделяют широкий естественный подкласс индуктивных теорий, которые аксиоматизируются универсально-экзистенциальными предложениями. Широта класса йонсоновских теорий демонстрируется многочисленными классическими примерами из алгебры и смежных областей. Изучение счетных малых моделей является классической задачей теории моделей и многие его вопросы еще не решены. К малым моделям в классе экзистенциально простых йонсоновских теорий относятся различные виды атомных, простых, ядерных, жестких, минимальных моделей и их комбинаций. Этот класс теорий характерен тем, что у них существует алгебраически простая модель, которая экзистенциально замкнута. Эти вопросы особенно сложны при изучении неполных теорий, которые являются основным объектом данной диссертации. В работе ставится поиск решения проблем описания малых счетных моделей фиксированных йонсоновской теорий в рамках современных известных и новых постановок задач, связанных с различными типами специальных определимых подмножеств семантической модели рассматриваемой теории.

Исследование важнейших свойств специальных счётных моделей, удовлетворяющих условию атомности или простоты в классе экзистенциально замкнутых моделей фиксированной индуктивной теории, является одним из классических направлений в общей теории моделей, связанных с описанием малых моделей. В отличие от полных теорий в йонсоновских теориях актуальным является вопрос изучения малых моделей, в связи с тем, что счетно простые и счетно атомные модели в том смысле, в котором они рассматриваются в диссертации, не совпадают с соответствующими понятиями для полных теорий, а видов атомных и простых моделей достаточно много. Эти виды зависят от фиксированных определимых подмножеств семантической модели данной йонсоновской теории. С другой стороны, в случае возможности описания существования атомных или счетных моделей счетной мощности для неполной теории остается открытым также и вопрос об описании общего числа больших моделей этой теории, где под большими понимаются различные виды универсальных и однородных моделей. Таким образом, для неполных теорий значение указанных вопросов, связанных с описанием малых моделей, содержит в себе большое количество открытых вопросов, относящихся к их описанию. В связи с этим актуальность данных задач не вызывает сомнений.

В диссертационной работе изучены синтаксические свойства специальных подмножеств семантической модели данной йонсоновской теории. Также было введено новое понятие — теоретико-модельный реостат, с целью получить

результаты, имеющие отношение к уточнению понятия атомности в рамках йонсоновских теорий. На основе данного понятия получен результат, имеющий отношение к уточнению понятия атомности в рамках йонсоновских теорий. Впервые была изучена постановка проблемы относительно ядерных моделей как понятия ядерности йонсоновских теорий, а также их комбинации, которые допускают ядерную модель в классе экзистенциально замкнутых моделей данной теории.

К основным результатам диссертации относятся следующие:

1. Нахождение достаточных условий существования специальных подмножеств семантической модели, которые порождают соответствующие счетные малые модели фиксированной йонсоновской теории;
2. Нахождение необходимых и достаточных условий связывающих существования алгебраически простой ядерной модели для экзистенциально простой теории;
3. Описание хорошего множества в рамках совершенной экзистенциально простой теории;
4. В рамках изучения фиксированных фрагментов рассматриваемой теории получение критерия ядерности модели;
5. Описание хорошей почти-слабо специальной атомной и специальной алгебраически простой модели фиксированной йонсоновской теории.
6. Нахождение критерия алгебраической простоты, где в при определении атомности модели рассмотрено некоторое формульное подмножество семантической модели данной йонсоновской теории и замыкание этого множества представляет собой экзистенциально замкнутую подмодель семантической модели.

Все основные результаты диссертации являются новыми, математически верно обоснованными. Следует отметить, что все полученные результаты опубликованы в математических журналах с хорошими научно-метрическими показателями. Результаты диссертации имеют отношение к фундаментальным исследованиям теоретических вопросов теории моделей и универсальной алгебры. Полученные результаты могут быть использованы для чтения спецкурсов и дальнейших исследований в теории моделей и в соответствующих смежных областях математики.

Считаю, что диссертационная работа Исаевой Айгуль Койшибаевны на тему «Теоретико-модельные свойства счетных моделей экзистенциально простых йонсоновских теорий» соответствует всем требованиям, предъявляемым к диссертационным работам на соискание степени доктора философии (PhD) по специальности 6D060100-Математика, а ее автор заслуживает присуждения степени доктора философии (PhD).

Зарубежный научный консультант,
д.ф.-м.н., заместитель директора по науке
Института математики им. С.Л. Соболева
СО РАН, профессор НГУ



С.В. Судоплатов

26.12.2023