

ИСАЕВА АЙГУЛЬ КОЙШИБАЕВНА

**ЭКЗИСТЕНЦИАЛДЫ ЖАЙ ЙОНСОНДЫҚ ТЕОРИЯЛАРДЫҢ
САНАЛЫМДЫ МОДЕЛЬДЕРІНІҢ ТЕОРИЯЛЫҚ ЖӘНЕ
МОДЕЛЬДІК ҚАСИЕТТЕРІ**

**6D060100 – Математика мамандығы бойынша философия докторы
(PhD) дәрежесін алу үшін дайындалған диссертацияның**

АННОТАЦИЯ

Тақырыптың өзектілігі.

Бекітілген индуктивті теорияның экзистенциалды тұйық модельдер класындағы атомдылық немесе жайлылық шартын қанағаттандыратын арнайы саналымды модельдердің синтаксистік және семантикалық қасиеттерін зерттеу кішігірім модельдерді сипаттаумен байланысты жалпы модельдер теориясындағы классикалық бағыттардың бірі болып табылады. Кішігірім модельдерге алгебралық жай, атомдық, ядролық, қатты және минималды модельдер жатады. Модельдер теориясының бұл бөлігінде шешілмеген мәселелердің бірі - саналымды модельдер туралы Р.Воот болжамы. Екінші жағынан, толық емес теория үшін саналымды қуатты атомдық немесе саналымды модельдері бар жағдайларда, осы теорияның модельдерінің жалпы санын сипаттау мәселесі туындайды. Осылайша, толық емес теориялар үшін кішігірім модельдерді сипаттауға байланысты бұл мәселелердің маңыздылығы олардың сипаттамасына қатысты көптеген ашық сұрақтарды қамтиды. Осыған байланысты бұл міндеттердің өзектілігі күмән тудырмайды.

Жұмыстың мақсаты. Диссертацияның негізгі мақсаты – бекітілген индуктивті теорияның экзистенциалды тұйық модельдер класындағы атомдық немесе жай жағдайын қанағаттандыратын арнайы саналымды модельдерінің маңызды синтаксистік және семантикалық қасиеттерін зерттеу. Сонымен қатар, бұл модельдер белгілі семантикалық модельдің сәйкес анықталған ішкі жиындарының тұйықтау нәтижесінде алынған.

Атап айтқанда, мұндай тұйықталулар атомдық пен жайлылық ұғымы үшін толық теориялардың саналымды модельдері жағдайында сәйкес кішігірім модельдер арасында табуға мүмкіндік беретін жағдайлар табылды.

Зерттеу міндеттері: Р. Вооттың классикалық нәтижесі синтаксистік тұрғыдан да, семантикалық жағынан да қарастырылып отырған теорияның белгілі бір мағынада «кішігірім» модельдері болып табылатын саналымды модельдерді сипаттаумен байланысты жақсы белгілі. Бұл нәтиже, критерий, атомдық және жай модельдер ұғымдарын саналымды болған кезде байланыстырады. Бірақ сонымен бірге қарастырылып жатқан теория толық емес. Бұл диссертацияда саналымды модельдердің сипаттамаларын алуға қатысты барлық нәтижелер жалпы айтқанда толық емес теориялар класына жатады, атап айтқанда бекітілген йонсондық теорияларға жатады. Дж. Балдуин

және Д. Киккер «Алгебралық жай модельдер» атты атақты еңбегінде жалпы айтқанда толық емес индуктивті теориялар класын зерттеу аясында саналымды атомдық және саналымды жай модельдер ұғымдарының аналогтары анықталды. Сол жұмыста біз Р. Вооттың жоғарыдағы критерийіне байланысты көптеген ашық сұрақтарды тұжырымдауға тырыстық. Жалпы жағдайда, авторлар Дж. Балдуин және Д. Киккер модельдердің атомдық және жайлылығы туралы жаңа ұғымдарды жалпы формада байланыстыратын нәтиже ала алмады. Сонымен, индуктивті теориялардың дербес жағдайы болып табылатын йонсондық теориялар жағдайында, Дж. Балдуин мен Д. Киккер жұмысының аясында атомдық және жай модельдерді сипаттаудың жоғарыда аталған мәселелері өзекті және шешімін таппаған мәселе болып табылады. Диссертациялық жұмыста йонсондық теорияларды зерттеу аясында Дж. Балдуин және Д. Киккер еңбектерінен индуктивті теориялардың саналымды модельдерінің атомдық және жайлылық ұғымдарын нақтылау басты міндет болып табылады. Осы мақсатта Балдуин Дж. және Киккер Д. Балдуин Дж. мен Киккер Д. «Алгебралық жай модельдер» еңбегінен саналымды модельдердің атомдық және жайлылығының нақтыланған тұжырымдамалары аясында қарастырылып отырған йонсондық теорияның семантикалық моделінің барлық ішкі жиындарының жиыны бойынша берілген алғашқы геометрия бойынша тұйықталу операторын қолдану және жұмыстың белгілі нәтижелерін пайдалану арқылы саналымды модельдердің атомдылығы мен жайлылығы ұғымдары анықталды. Сонымен қатар, қарастырылатын йонсондық теорияның экзистенциалды тұйық модельдер класындағы ядролық және қатты модельдердің түрлері болып табылатын саналымды модельдер қарастырылды және олар қарастырылатын йонсондық теорияның семантикалық модельдің кейбір бекітілген анықталатын ішкі жиындарын тұйықтау нәтижесінде алынды. Осылайша, диссертацияда қарастырылған мәселелердің нақтылау және кейбір жағдайларда Дж. Балдуин және Д. Киккер «Алгебралық жай модельдер» жұмысында қарастырылған және есептердің жаңа тұжырымдарымен байланысты мәселелерді жалпылау болып табылатынын байқаймыз және ол келесі үш тақырыпты байланыстырады: толық емес теориялардың саналымды модельдерінің сипаттамасы, «кішігірім» модельдердің бар болуына қатысты осы теориялардың сипаттамасы және жоғарыда аталған модельдерге қатысты тұйықталу операторының қасиеттерін зерттеу.

Зерттеу нысаны: Мұндай модельдердің синтаксистік объектісі ретінде бекітілген йонсондық теорияның теориялық жиынтығы қарастырылады. Кейбір жағдайларда біз қажетті модельді тудыратын анықталған ішкі жиындарды тұйықтаумен айналысамыз және мұндай ішкі жиындардың фрагменті йонсон теориясы болып табылады. Арнайы формулалық ішкі жиындарды қарастыра отырып бір жағынан Дж.Балдуин мен Д.Киккердің "Алгебралық жай модельдер" жұмысындағы атомдылығын құрайды, бірақ басқа жағынан, біріншіден, булеанда берілген семантикалық модельдің геометрия алдындағы мағынасында кейбір геометриялық интерпретация береді, екіншіден, атомдықтың тиісті түрін зерттеудің жаңа құралын береді.

Зерттеу пәні: Бекітілген индуктивті теорияның экзистенциалды тұйық

модельдер класындағы атомдық немесе қарапайымдылық жағдайын қанағаттандыратын арнайы саналымды модельдерінің маңызды синтаксистік және семантикалық қасиеттерін зерттеу.

Зерттеу әдістері.

Диссертацияны зерттеу әдістері модельдер теориясының көптеген классикалық әдістерін, сондай-ақ қарастырылып отырған кейбір үлкен модельдің формулалық анықталатын ішкі жиындарын зерттеуге жылдам дамып келе жатқан теориялық және модельдік тәсілді қамтиды. Зерттеу әдістері бұрын белгілі классикалық әдістерді ғана емес, сонымен қатар модельдер теориясы мен әмбебап алгебраның жалпы тақырыбынан параллель мәселелерді зерттеуде пайда болған мүлдем жаңа әдістері де қолданылған.

Ғылыми жаңалық.

Бұл жұмыс келесі түрлендірулер аясында саналымды жай және санаулы атомдық модельдер ұғымдарын жалпылауға негіз болды. Біріншіден, элементарлық енгізу түсінігі изоморфты енгізумен ауыстырылды, осылайша «Алгебралық жай модельдер» еңбегінің авторлары Дж. Балдуин және Д. Киккер жай модельдің орнына алгебралық жай модельдермен жұмыс істей бастады. Екіншіден, саналымды атомдық ұғымы толық теориялар үшін саналымды атомдық ұғымынан өзгерді. Кішігірім модельдерді зерттеуге деген көзқарасымыздағы негізгі өзгерістер мен жаңалықтардың бірі қарастырылып отырған йонсондық теориялардың семантикалық моделінің арнайы ішкі жиындарының формуласын анықтау мүмкіндігін пайдалана бастағанымыз. Бұл йонсондық жиын және оның маңызды ерекше жағдайы теоретикалық жиын тұжырымдамасын енгізуде көрініс тапты.

Жұмыстың теориялық және практикалық құндылығы.

Жұмыс барысында алынған нәтижелер теориялық сипатқа ие және сәйкес теориялар мен алгебралар кластарының саналымды модельдерін сипаттау үшін, сондай-ақ университеттердің математика факультеттерінде арнайы курстарды оқуда әмбебап алгебра мен модельдер теориясын одан әрі зерттеуде қолдануға болады.

Қорғауға шығарылатын ережелер.

Қорғауға шығарылады:

1. Тұйықтамасы қарастырылып отырған йонсондық теорияның семантикалық моделінің анықталған ішкі жиындарындағы тұйықталу операторы көмегімен сәйкес атомдық модельдердің импликациясын беретін атомдық жиындардың барлық түрінің импликациясын алу үшін жеткілікті шарттарын табу;

2. Экзистенциалды жай теория үшін алгебралық жай модельдің критерийін алу, егер ол модель ядролы болса;

3. Кемел экзистенциалды жай теория фрагментінің аясында $(\nabla 1, \nabla 2) - c1 - \Delta$ -пісе а.р жиынының критерийін анықтау;

4. Дөңес кемел экзистенциалды жай фрагмент аясында ядролық модель критерийін анықтау;

5. Жақсы әлсіз дерлік $(\Sigma_1, \Sigma_1) - cl$ – атомдық және йонсондық теорияның $(\Sigma_1, \Sigma_1) - cl$ – алгебралық жай моделінің бар болуының жеткілікті шарттарын және олардың эквиваленттілік критерийін анықтау.

Жүргізілген зерттеулердің дұрыстығы мен негізділігі пайдаланылған әдістердің конструктивтілігімен қамтамасыз етіледі. Жалпы тұжырымдар теоремалар түрінде берілген және олардың дәлелдеулері ұсынылған.

Жұмыстың апробациясы.

Диссертацияның негізгі нәтижелері келесі конференциялар мен семинарларда дәлелденді және талқыланды:

– «Логикалық коллоквиум 2019» символикалық логикасы қауымдастығының Еуропалық жазғы кездесуі (Чехия, Прага, 11 – 16 маусым 2019 ж.);

– «Логикалық коллоквиум 2020» символикалық логикасы қауымдастығының Еуропалық жазғы кездесуі» (Польша, Познань, 19 – 24 шілде 2021 ж.);

– «Логикалық коллоквиум 2023» символикалық логикасы қауымдастығының Еуропалық жазғы кездесуі» (Италия, Милан, 5 – 9 маусым 2023 ж.);

– 16-шы Азия логикалық конференциясы (Қазақстан, Нұр-Сұлтан, 17-21 маусым, 2019);

– Физика-математика ғылымдарының докторы, профессор Рамазанов Мұрат Ибрайұлының 70 жылдығына арналған «Математика, механика және информатиканың теоретикалық және қолданбалы мәселелері» атты халықаралық ғылыми конференциясы (Қазақстан, Қарағанды, 12-13 маусым, 2019);

– жыл сайынғы Мальцев оқулары (Россия, Новосибирск, 16 – 20 ноябрь 2020 г.);

– жыл сайынғы Мальцев оқулары (Россия, Новосибирск, 20 – 24 сентябрь 2021 г.);

– Республика Ғылым қызметкерлері күніне арналған дәстүрлі халықаралық сәуір математикалық конференциясы (Қазақстан, Алматы, 3-5 сәуір 2022 ж.);

– Университеттің 85 жылдығына арналған III халықаралық "Тайман оқулары" "Заманауи математика: проблемалар мен қосымшалар" (Қазақстан, Тараз, 25 қараша 2022 ж.);

– VII Түркі әлемі математиктерінің Дүниежүзілік Конгресі (TWMS Congress-2023) (Қазақстан Республикасы, Түркістан, 20-23 қыркүйек 2023 г.);

– Академик Е.А. Бөкетов ат. Қарағанды университетінің Қолданбалы математика институтының семинарында.

Жарияланымдар.

Диссертацияның негізгі нәтижелері 18 жұмыста жарияланды: 1 мақала – Web of Science тізіміне кіретін журналда, 5 мақала Қазақстан Республикасы Ғылым және жоғары білім министрлігінің Ғылым және жоғары білім саласындағы сапаны қамтамасыз ету комитеті ұсынған журналдарда және 12 жұмыс халықаралық ғылыми конференциялар материалдарында

жарияланды. Бірлескен авторлармен орындалған жұмыстарда бірлескен авторлардың әрқайсысының үлесі тең болып табылады.

Диссертацияның құрылымы мен көлемі.

80 беттен тұратын диссертациялық жұмыс келесі құрылымдық элементтерден тұрады: кіріспе, үш бөлім, қорытынды, пайдаланылған дереккөздер тізімі.

Бірінші тарауда классикалық модельдер теориясының негізгі ұғымдары мен теоремалары баяндалады, екінші тарауда толық теориялардың саналымды жай модельдері туралы Р.Вооттың классикалық мәселесіне байланысты нәтиже сипатталады, бірақ саналымды атомдық ұғымының жалпыламасы болатын жағдайда. Мұнда негізгі мәселе белгілі бір йонсондық теорияның семантикалық моделінің фрагментінің арнайы ішкі жиындарының синтаксистік қасиеттеріне бағытталған болса, үшінші бөлімде алгебралық жайлылықтың дербес жағдайы үшін критерий табылады, мұнда атомдық ұғым ретінде моделінің мәні қарастырылып отырған йонсондық теорияның семантикалық моделінің белгілі бір формулалық ішкі жиынын пайдалану арқылы алынады және бұл жиынның тұйықталуы осы семантикалық модельдің экзистенциалды тұйық ішкі моделін білдіреді.

Диссертациялық жұмыс академик Е.А. Бөкетов атындағы Қарағанды университетінің профессоры Т. Г. Мұстафин атындағы Алгебра, математикалық логика және геометрия кафедрасында орындалды.

Пайдаланылған дереккөздер саны-54.

Кілт сөздер. Йонсондық теория, семантикалық модель, жай модель, атомдық модель, алгебралық жай модель, ядролық модель, экзистенциалды тұйық теория, теоретикалық жиын, тұйықтау операторы, предгеометрия.