



ОТЗЫВ

зарубежного научного консультанта
на диссертационную работу Эбек Ажар Нартайкызы
на тему «Конусы, порожденные обобщенной дробно-максимальной функцией,
и вложения в перестановочно-инвариантные пространства»,
представленную на соискание степени доктора философии (PhD) по
образовательной программе «8D05401 - Математика»

Максимальная функция Харди-Литтлвуда, дробно-максимальная функция и потенциалы Рисса играют важную роль в теории функций, в функциональном анализе, в гармоническом анализе, в теории операторов и в функциональных пространствах.

Диссертационная работа Абек Ажар посвящена исследованию пространства обобщенных дробно-максимальных функции и конусов, порожденных невозрастающей перестановкой обобщенной дробно-максимальной функции. В работе исследуются вопросы взаимоотношения между рассматриваемыми конусами и вопросы вложения пространства обобщенной дробно-максимальной функции в перестановочно-инвариантные пространства.

Диссертационная работа Абек Ажар состоит из двух разделов. В первом разделе определены обобщенная дробно-максимальная функция и пространства обобщенных дробно-максимальных функции. Рассмотрены три класса монотонно убывающих функции: $A_n(\infty)$, $B_n(\infty)$, $D(\infty)$, с помощью которых определяются обобщенные дробно-максимальные функции. В пункте 1.4 получены различные оценки невозрастающей перестановки обобщенной дробно-максимальной функции в зависимости от принадлежности функции Φ введенным классам. Например, доказана следующая теорема 1.4.3.

Теорема 1.4.3. Пусть $\Phi \in B_n(\infty)$. Тогда существует положительная константа C , зависящая только от Φ и n , такая, что для всех $f \in L^1_{loc}(R^n)$ имеет место неравенство:

$$(M_\Phi f)^{**}(t) \leq C \sup_{t < s < \infty} s^\Phi \left(s^{\frac{1}{n}} \right) f^{**}(s), \quad t \in (0, \infty).$$

Ранее была известна оценка О'Нейла для невозрастающей перестановки свертки из которой вытекает оценка для невозрастающих перестановок обобщенного потенциала Рисса и для обобщенной дробно-максимальной функции. В пункте 1.4 показано, что оценка полученная в теореме 1.4.3 лучше чем оценка, полученная из неравенства О'Нейла.

В пункте 1.5 рассмотрены различные конусы монотонных функции K_1, K_2, K_3, K_4 , построенные с помощью невозрастающих перестановок обобщенной дробно-максимальной функции. Например, рассмотрен следующий конус, снабженный положительно-однородным функционалом:

$$K_1 \equiv KM_E^\Phi := \{h \in L^1_0(R_+) : h(t) = u^*(t), t \in R_+, u \in M_E^\Phi\},$$
$$\rho_{K_1}(h) = \inf \{ \|u\|_{M_E^\Phi} : u \in M_E^\Phi; u^*(t) = h(t), t \in R_+ \}.$$



Найдены условия взаимного покрытия рассматриваемых конусов в зависимости принадлежности функции Φ различным классам. Доказана теорема об эквивалентности конусов K_1, K_2, K_3 при условии, когда $\Phi \in B_n(\infty)$ (Теорема 1.5.1).

Проведены сравнения между обобщенной дробно-максимальной функцией и обобщенным потенциалом Рисса. Доказано, что обобщенная дробно-максимальная функция сверху оценивается через обобщенный потенциал Рисса при определенных условиях, накладываемых на ядро потенциала (Лемма 1.3.1).

В пункте 1.5 проведены сравнения конусов, порожденных невозрастающей перестановкой обобщенной дробно-максимальной функции и конусов, порожденных невозрастающей перестановкой обобщенного потенциала Рисса. При определенных условиях на ядро обобщенного потенциала Рисса, конусы, порожденные обобщенным потенциалом Рисса покрывают конусы порожденных невозрастающей перестановкой обобщенной дробно-максимальной функции.

Во втором разделе получен критерий вложения пространства обобщенных дробно-максимальных функции в перестановочно-инвариантные пространства. Такой критерий получен в терминах соответствующих конусов. Дано описание оптимального перестановочно-инвариантного пространства для вложения пространства обобщенной дробно-максимальной функции в перестановочно-инвариантные пространства.

Полученные результаты новые, все утверждения снабжены полными доказательствами. Приведенные результаты диссертации развивают соответствующие результаты М.Л. Гольдмана, А.Гогатишвили, А.Cianchi, R.Kerman, B.Oric, L.Pick, E.Bakhtygareeva, Н.А. Бокаева, Г.Каршигиной и др.

Научные результаты диссертации опубликованы в серии научных статей, две из которых входят в список рецензируемых изданий, включенных в базы данных Web of Science и Scopus.

В заключение считаю, что по своей научной значимости и новизне полученных результатов, диссертация Абек Ажар на тему «Конусы, порожденные обобщенной дробно-максимальной функцией, и вложения в перестановочно-инвариантные пространства» удовлетворяет всем требованиям к PhD диссертациям, представляемым на соискание степени доктора философии (PhD), а ее автор заслуживает присуждение ей степени доктора философии (PhD) по образовательной программе «8D05401 – Математика».

Зарубежный научный консультант,
PhD, Ведущий научный сотрудник
Института Математики Академии наук Чехии
e-mail: gogatish@math.cas.cz
tel: +420 737 891 736

A. Gogatishvili
МАТЕМАТИЧЕСКИЙ УСТАВ AV ČR, v.v.А миран Гогатишвили
Žitná 25, 115 67 Praha 1
tel.: 222 090 711
(2)

« 02 » 11 2023 г.