

Әбек Ажар Нартайқызының

**«ЖАЛПЫЛАНҒАН БӨЛШЕКТІ-МАКСИМАЛДЫ
ФУНКЦИЯДАН ТУЫНДАҒАН КОНУСТАР ЖӘНЕ
АУЫСТЫРМАЛЫ-ИНВАРИАНТТЫҚ КЕҢІСТІКТЕРГЕ
ЕНГІЗУЛЕР»**

**«8D05401 – Математика» білім беру бағдарламасы бойынша
философия докторы (PhD) дәрежесін алу үшін дайындалған
диссертацияның**

АННОТАЦИЯСЫ

Тақырыптың өзектілігі. Классикалық интегралдық операторлар, бөлшекті-максималды функция және Рисс потенциалы гармоникалық талдауда, функциялық кеңістіктер теориясында, потенциалдар теориясында және дербес дифференциалдық теңдеулерді шешуде маңызды рөл атқарады.

Функционалдық кеңістіктердегі максималды операторлар және потенциал типтес интегралдар теориясының бай тарихы бар және оған көптеген жұмыстар арналған (М.Рисс, Г.Х. Харди, Д.Литтлвуд, С.Соболев, С.М. Никольский, О.В. Бесов, В.П. Ильин, Х.Трибель, И.Стейн, Г.Вейс, Е.Накаи, П.И. Лизоркин, Д.Р. Адамс, Л.И. Хедберг, С.Самко, В.Кокилашвили, В.И. Буренков, М.Л. Гольдман, А.Гогатишвили, В.Гулиев, т.б.). Лебег кеңістігіндегі классикалық максималды оператордың, бөлшекті-максималды оператордың және Рисс потенциалының шенелу мәселелері кеңінен белгілі.

Бұл диссертациялық жұмыста ауыстырмалы-инварианттық кеңістіктерге негізделген жалпыланған бөлшекті-максималды функциялар кеңістігі және жалпыланған Рисс потенциалы кеңістігі қарастырылады. Бұл екі оператор сәйкесінше қандай да бір Φ функциясымен және G потенциалдар ядросымен анықталады.

Классикалық бөлшекті-максималды функциялардан және дәрежелік функциямен анықталатын классикалық Рисс потенциалынан айырмашылығы, сәйкес класстардан алынатын Φ функциясымен анықталатын жалпыланған бөлшекті-максималды M_Φ функциясы, жалпы G ядросымен анықталатын жалпыланған I_G Рисс потенциалы қарастырылады. Біз қарастырған жалпыланған бөлшекті-максималды функциялар жалпы функцияларды қамтиды (міндетті түрде дәрежелік функция түрінде емес). Мұндай жалпылаулар функцияның дифференциалдық және интегралдық қасиеттерін сипаттауда үлкен икемділікті қамтамасыз етеді және классикалық потенциалдар мен максималды функциялар нәтиже бермейтін жағдайларда мағыналы жаңа нәтижелер алуға және теоремаларды дәлелдеуге мүмкіндік береді.

Осындай операторлардың көмегімен ауыстырмалы-инварианттық кеңістіктер негізінде құрылатын жалпыланған бөлшекті-максималды функциялардың кеңістігі анықталады, және осы кеңістіктің ауыстырмалы-

инварианттық кеңістіктерге енгізу сұрақтары зерттеледі. Мұндай енгізуді зерттегенде монотонды өспейтін функциялардан құрылған әртүрлі конустар пайда болады. Жалпыланған бөлшекті-максималды функциялардың өспейтін алмастыруынан құрастырылған конустардың қасиеттері зерттеледі. Мұндай конустардың көмегімен жалпыланған бөлшекті-максималды функциялар кеңістігін ауыстырмалы-инварианттық кеңістіктерге енгізу критерийлері тұжырымдалады. Бұл жағдайда конустардың өзара бүркеу мәселелері маңызды рөл атқарады.

Соңғы онжылдықтарда Морри типес кеңістіктердегі әртүрлі классикалық интегралдық операторлардың шенелгендігі туралы есептер белсенді түрде зерттелуде (В.И. Буренков, М.Л. Гольдман, А.Гогатишвили, В.Гулиев, Р.Мустафаев, И.Чен, Т.Мизухара, Е.Накай, В. Йан, В.Зикель, Д.Йанг, Е.Д. Нурсултанов, Р.Ойнаров, Н.А. Бокаев, т.б.).

Интегралдық операторлардың ауыстырмалы-инварианттық кеңістіктерге енгізу теоремаларындағы, функционалдық кеңістіктер теориясындағы негізгі рөлі және оларды дербес туындылы теңдеулер теориясында қолдану кеңінен белгілі.

Жұмыстың мақсаты:

– жалпыланған бөлшекті-максималды функцияны және жалпыланған бөлшекті-максималды функциялардың кеңістіктерін анықтау, мұндай кеңістіктерді ауыстырмалы-инварианттық кеңістіктерге енгізу мәселелерін зерттеу;

– жалпыланған бөлшекті-максималды функцияның өспейтін алмастыруының бағалауларын алу;

– жалпыланған бөлшекті-максималды функцияның өспейтін алмастыруынан құрылған әртүрлі конустарды қарастыру және олардың өзара бүркеу шарттарын алу.

Зерттеу міндеттері. Бұл жұмыстың міндеті мынадай сұрақтарды зерттеу болып табылады: жалпыланған бөлшекті-максималды функцияны анықтау және жалпыланған бөлшекті-максималды функциялар кеңістігін қарастыру; жалпыланған бөлшекті-максималды функцияның өспейтін алмастыруы үшін әртүрлі бағалауларды алу; оның өспейтін алмастыруымен байланысты әр түрлі конустар құрастыру және мұндай конустардың өзара бүркеу шарттарын алу; жалпыланған бөлшекті-максималды функциялардың кеңістігін ауыстырмалы-инварианттық кеңістіктерге енгізу шарттарын алу, мұндай енгізу үшін оңтайлы ауыстырмалы-инварианттық кеңістіктің сипаттамасын алу; супремалды оператордың салмақты Лоренц кеңістігінде шенелген болуының шарттарын алу.

Зерттеу нысаны – жалпыланған бөлшекті-максималды функциялардың кеңістіктері және олардан туындаған конустар. Жалпыланған бөлшекті-максималды функциялар кеңістігін ауыстырмалы-инварианттық кеңістіктерге енгізу.

Зерттеу пәні. Жалпыланған бөлшекті-максималды функциялар кеңістіктері және олардың ауыстырмалы-инварианттық кеңістіктерге енгізілуі.

Зерттеу әдістері. Негізгі зерттеу әдістері: операторлардың функционалдық кеңістіктердегі теориясының әдістері қолданылады; функцияның өспейтін алмастыруларын пайдалану; өспейтін функциялардан құрылған конустардың құрылысы және олардың эквивалентті болуының шарттарын табу; жалпыланған бөлшекті-максималды функциялар кеңістігін ауыстырмалы-инвариантты кеңістікке енгізудің оңтайлы кеңістігін құру.

Мұндай есептерді жүзеге асыру үшін жалпыланған бөлшекті-максималды функцияның өспейтін алмастыруының бағалауын алу қажет.

Ғылыми жаңалық. Бұл жұмыста келесі жаңа нәтижелер алынды: жалпыланған бөлшекті-максималды функция анықталды, ол белгілі бір жағдайда классикалық бөлшекті-максималды функциямен сәйкес келеді; жалпыланған бөлшекті-максималды функцияның өспейтін алмастыруы үшін әртүрлі бағалаулар алынды; функциялардың өспейтін алмастыруымен байланысты әр түрлі конустар құрастырылды және мұндай конустардың өзара бұркеу шарттары алынды; жалпыланған бөлшекті-максималды функция мен жалпыланған Рисс потенциалы арасындағы байланыстар қарастырылды; жалпыланған бөлшекті-максималды функциялардың кеңістігін ауыстырмалы-инварианттық кеңістіктерге енгізу шарттары алынды, мұндай енгізу үшін оңтайлы ауыстырмалы-инварианттық кеңістіктің сипаттамасы алынды; салмақты Лоренц кеңістігінде супремалды оператордың шенелген болуының шарттары алынды.

Алынған нәтижелер М.Л. Гольдман, А.Гогатишвили, А.Сианги, Р.Керман, Б.Опик, Л.Пик, Е.Бақтыгареева, Н.А. Бокаев, Г.Ж. Каршыгина және т.б. жұмыстарының жалғасы болып табылады.

Жұмыстың теориялық және практикалық құндылығы. Жұмыстың ғылыми нәтижелері теориялық сипатқа ие. Жалпыланған бөлшекті-максималды функцияның өспейтін алмастыруы үшін алынған бағалаулар негізінде монотонды кемімелі функциялардың әртүрлі конустары қарастырылды. Нәтижесінде жалпыланған бөлшекті-максималды функциялар кеңістігін ауыстырмалы-инварианттық кеңістіктерге енгізу критерийлері алынады. Жалпыланған бөлшекті-максималды функция мен жалпыланған Рисс потенциалы арасында салыстыру жүргізілді.

Алынған нәтижелерді ауыстырмалы-инварианттық кеңістіктердегі басқа операторларды зерттеуде қолдануға болады.

Жалпыланған бөлшекті-максималды функцияның интегралдық қасиеттерін зерттеу басқа интегралдық метрикадағы функцияның тегістік қасиеттерін одан әрі зерттеуге негіз болады.

Алынған ғылыми нәтижелерді студенттер, магистранттар және докторанттарға арналған арнаулы курстарда пайдалануға болады.

Қорғауға шығарылатын ережелер. Диссертациялық зерттеудің келесі негізгі нәтижелері қорғауға ұсынылады:

- 1) жалпыланған бөлшекті-максималды функция анықталды, ол белгілі бір жағдайда классикалық бөлшекті-максималды функциямен сәйкес келеді;
- 2) жалпыланған бөлшекті-максималды функцияның өспейтін алмастыруы үшін әртүрлі бағалаулар алынды;

3) функциялардың өспейтін алмастыруымен байланысты әр түрлі конустар құрастырылды және мұндай конустардың өзара бүркеу шарттары алынды;

4) жалпыланған бөлшекті-максималды функциялардың кеңістігін ауыстырмалы-инварианттық кеңістіктерге енгізу шарттары алынды, мұндай енгізу үшін оңтайлы ауыстырмалы-инварианттық кеңістіктің сипаттамасы берілді;

5) салмақты Лоренц кеңістігінде супремалды оператордың шенелген болуының шарттары алынды.

Жүргізілген зерттеулердің дұрыстығы мен негізділігі келтірілген теоремалар мен леммалардың ұсынылған дәлелдеулерімен қамтамасыз етіледі, келтірілген жарияланымдармен негізделеді.

Диссертациялық жұмыстың ішкі бірлігі. Диссертациялық жұмыстың ішкі бірлігі зерттеу мақсаты мен міндеттері арқылы жүзеге асады. Диссертацияда алынған негізгі нәтижелер функционалдық кеңістіктердегі операторлар теориясының ғылыми жаңалығын анықтауға мүмкіндік берді. Бұл жұмыстың ішкі бірлігінің белгісі – жалпыланған бөлшекті-максималды функциялардың өспейтін алмастыруынан құрылған әртүрлі конустар арасындағы байланысты зерттеу және мұндай функциялардан құрылған кеңістіктің ауыстырмалы-инварианттық кеңістіктерге енгізілуі.

Жұмыстың апробациясы. Диссертацияның нәтижелері келесі семинарлар мен конференцияларда баяндалып, талқыланды:

1. «Gylym jáne bilim – 2021» студенттер мен жас ғалымдардың XVI Халықаралық ғылыми конференциясы, Л.Н. Гумилев атындағы ЕҰУ, 12 сәуір 2021 ж. (Нұр-Сұлтан).

2. «Algebra, Topology and Analysis: C^* and A_∞ algebras», Summer School Gonio (Batumi, 2021 – 30.08-03.09).

3. Традиционная международная апрельская математическая конференция в честь Дня работников науки Республики Казахстан (Алматы: Институт математики и математического моделирования, 2022).

4. «Gylym jáne bilim – 2022» студенттер мен жас ғалымдардың XVII Халықаралық ғылыми конференциясы, Л.Н. Гумилев атындағы ЕҰУ, 12 сәуір 2022 ж. (Нұр-Сұлтан).

5. IX Халықаралық ғылыми конференция «Дифференциалдық теңдеулер, анализ және алгебра проблемалары», Ақтөбе: Қ. Жұбанов атындағы Ақтөбе өңірлік университеті, 24-28 мамыр 2022 ж.

6. «Математика, механика және информатиканың өзекті мәселелері» профессор Т.Ғ. Мұстафинның 80 жылдығына арналған халықаралық ғылыми конференция (Қарағанды: Академик Е.А. Бөкетов атындағы Қарағанды университеті, 8-9 қыркүйек 2022 ж.).

7. International Conference on Mathematics and Mathematics Education (ICMME - 2022) (Denizli: Pamukkale University, 2022).

8. Традиционная международная апрельская математическая конференция в честь Дня работников науки Республики Казахстан (Алматы Институт математики и математического моделирования, 2023).

9. «Ломоносов – 2023» Студенттердің, магистранттардың және жас ғалымдардың XVIII Халықаралық ғылыми конференциясы, 14-15 сәуір 2023 ж. (Астана қ.)

10. «Gylym jáne bilim – 2023» студенттер мен жас ғалымдардың XVIII Халықаралық ғылыми конференциясы, Л.Н. Гумилев атындағы ЕҰУ, 12 сәуір 2023 ж. (Астана)

11. 6th international Hybrid conference on Mathematical Advances and Applications (ICOMAA-2023) (Istanbul: Yildiz Technical University, 2023).

12. Международная научно-практическая конференция «Анализ, дифференциальные уравнения и их приложения» посвященная 100-летию со дня рождения Т.И. Аманова (Астана: Казахстанский филиал МГУ им. М.В. Ломоносова, ЕНУ им. Л.Н. Гумилева, 2023).

13. Түркі әлемі математиктерінің VII Дүниежүзілік конгресі (TWMS Congress-2023), 20-23 қыркүйек 2023 ж. (Түркістан).

Сондай-ақ, диссертациялық жұмыстың нәтижелері Л.Н. Гумилев атындағы ЕҰУ «Іргелі математика» кафедрасының ғылыми семинарларында баяндалып, талқыланды:

14. «Функционалдық талдау және оның қосымшалары» ғылыми семинары, Жетекшілері: ҚР ҰҒА академигі Р.О. Ойнаров, Е.Д. Нұрсұлтанов, Қ.Н. Оспанов, 19 қазан 2023 жыл, 02 қараша 2023 жыл, 16 қараша 2023 жыл.

Жарияланымдар. Диссертация тақырыбы бойынша 19 еңбек жарияланды (4 мақала, 15 тезис): оның ішінде 2 мақала Scopus базасында индекстелетін журналда («Eurasian Mathematical Journal», процентиль – 49, «Bulletin of the Karaganda university. Mathematics Series», процентиль – 35), 2 мақала Қазақстан Республикасы Ғылым және жоғары білім министрлігінің Ғылым және жоғары білім саласындағы сапаны камтамасыз ету комитеті ұсынған журналдарда және 15 жұмыс халықаралық ғылыми конференциялардың материалдарында жарияланды.

Бірлескен авторлармен орындалған жұмыстарда автор ғылыми кеңесшілердің жетекшілігімен мақалаларды дайындауға байланысты жұмыстың барлық кезеңдеріне тікелей қатысты. Негізгі нәтижелерді алуға автор жеке үлес қосты.

Диссертацияның құрылымы мен көлемі. Жұмыс кіріспеден, ішкі бөлімдерден тұратын 2 бөлімнен, қорытындыдан және пайдаланылған әдебиеттер тізімінен тұрады.

Формулаларды нөмірлеу үш көрсеткіштен тұрады. Бірінші көрсеткіш бөлімнің нөмірін, екінші көрсеткіш бөлімнің бөлімшелерінің ретін, үшінші көрсеткіш осы бөлімшедегі формулалардың ретін көрсетеді. Диссертацияның жалпы көлемі 82 бетті құрайды.

Пайдаланылған дереккөздер саны – 53.

Кілт сөздер. Жалпыланған бөлшекті-максималды функция, жалпыланған Рисс потенциалы, функциялар кеңістігі, өспейтін алмастырулар, конустар, ауыстырмалы-инварианттық кеңістіктер, енгізу теоремалары.