

# ТОКМАГАМБЕТОВА ТЕҢГЕШ ДҮЙСЕНБАЙҚЫЗЫ

## РЕШЕНИЕ НЕЛОКАЛЬНЫХ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ ДЛЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ В ЧАСТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ ТРЕТЬЕГО И ЧЕТВЕРТОГО ПОРЯДКОВ

### АННОТАЦИЯ

диссертации на соискание степени доктора философии (PhD)  
по образовательной программе 8D05401 - Математика

#### **Актуальность темы.**

В диссертации исследованы нелокальные краевые задачи для дифференциальных уравнений в частных производных третьего и четвертого порядков.

В настоящее время интенсивно изучается разрешимость нелокальных краевых задач для уравнений в частных производных. Это связано с изучением многих процессов в естествознании, а это, в свою очередь, приводит к уточнению математических моделей рассматриваемых процессов. Ряд работ по изучению нелокальных краевых задач рассматриваются для уравнений второго порядка. Однако математические модели некоторых физических процессов и явлений основаны на уравнениях более высокого порядка.

Уравнения в частных производных третьего порядка лежат в основе многих математических моделей, изучающих динамику влажности почвы и грунтовых вод, распространение акустических волн в слабонеоднородной среде. Кроме того, гиперболические уравнения с двумя независимыми переменными третьего и выше порядка используются в качестве математических моделей различных процессов, а именно нестационарного прямолинейного течения несжимаемой жидкости второго порядка, течений жидкости Навье-Стокса-Олдройда, колебаний упруго-вязкой струны, релаксации простейшего типа и колебания стержня при последствии, явление раскачивания свободносущего крыла и др.

В последнее время краевые задачи для дифференциальных уравнений в частных производных третьего порядка рассматриваются всесторонне. Это тесно связано с его практическим применением. В работах таких авторов, как Аширалиев А., Аггес Н., Хесенчи Ф., Латрус К., Мему А., Трасдел С., Жураев А.К., Севастьянов В.А., Кожанов А.И., Курант Р., Зикиров О.С., Дуан К., Линь Х., Юлдашев Т.К., Апаков Ю.П. и др. в качестве математических моделей различных процессов изучались уравнения с двумя независимыми переменными третьего и выше порядков. Джумабаев Д.С., Асанова А.Т., Орумбаева Н.Т. в своих работах рассматривают краевые задачи для гиперболических уравнений второго порядка. Кроме того, в работах Муратбекова М.Б., Оспанова М.Н., Келдибековой А.Б., Кабдраховой С.С. изучались краевые задачи в различных областях для дифференциальных уравнений в частных производных третьего порядка. Работы Токмурзина Ж.С. были посвящены начально-краевым задачам для дифференциальных уравнений

четвертого порядка.

В данной работе рассматриваются начально-краевые задачи с двумя независимыми переменными для уравнений в частных производных третьего и четвертого порядков с различными нелокальными условиями. Для их решения были введены новые функции и получены начально-краевые задачи, относящиеся к семейству уравнений с понижением порядка. К некоторым задачам был применен метод параметризации Д.С. Джумабаева. Построены алгоритмы нахождения приближенных решений этих задач, получены условия сходимости построенного алгоритма, а также доказаны существование и единственность решения задачи.

**Цель работы.** Получить условия разрешимости нелокальных краевых задач для дифференциальных уравнений в частных производных третьего и четвертого порядков, построить конструктивные алгоритмы для нахождения их решений.

**Задачи исследования:**

1. Построить алгоритмы нахождения решений начально-краевых задач для дифференциальных уравнений в частных производных третьего порядка и получить условия их сходимости;
2. Установить коэффициентные признаки однозначной разрешимости краевой задачи с нелокальными условиями для дифференциальных уравнений в частных производных третьего порядка со смешанной производной;
3. Получить достаточные условия однозначной разрешимости двухточечной начально-краевой задачи для псевдопараболических уравнений третьего порядка;
4. Применить метод параметризации решения начально-краевой задачи для дифференциальных уравнений в частных производных третьего порядка;
5. Исследовать однозначную разрешимость нелокальной начально-краевой задачи для дифференциальных уравнений в частных производных четвертого порядка.

**Объект исследования:** нелокальные краевые задачи для дифференциальных уравнений в частных производных третьего и четвертого порядков.

**Предмет исследования:** Начально-краевые задачи для дифференциальных уравнений в частных производных третьего и четвертого порядков с различными нелокальными условиями, алгоритмы нахождения их решений, условия сходимости построенных алгоритмов, единственность решения.

**Методика исследования.**

В работе используются методы функционального анализа и метод параметризации.

**Научная новизна.**

Были исследованы нелокальные краевые задачи для дифференциальных уравнений в частных производных третьего и четвертого порядков и получены следующие результаты:

1. Построены алгоритмы нахождения решений начально-краевых задач для дифференциальных уравнений в частных производных третьего порядка и получены условия их сходимости;

2. Установлены коэффициентные признаки однозначной разрешимости краевой задачи с нелокальными условиями для дифференциальных уравнений в частных производных третьего порядка со смешанной производной;

3. Получены достаточные условия однозначной разрешимости двухточечной начально-краевой задачи для псевдопараболических уравнений третьего порядка;

4. Применен метод параметризации решения начально-краевой задачи для дифференциальных уравнений в частных производных третьего порядка;

5. Исследована однозначная разрешимость нелокальной начально-краевой задачи для дифференциальных уравнений в частных производных четвертого порядка.

#### **Теоретическая и практическая ценность работы.**

Полученные в ходе работы результаты имеют теоретический характер и могут быть использованы при построении алгоритмов решения нелокальных краевых задач для дифференциальных уравнений в частных производных третьего и четвертого порядков, а также при чтении специальных курсов по математике в высших учебных заведениях.

#### **Положения, выносимые на защиту.**

На защиту выносятся:

1. Алгоритмы нахождения решений начально-краевых задач для дифференциальных уравнений в частных производных третьего порядка и условия их сходимости;

2. Коэффициентные признаки однозначной разрешимости краевой задачи с нелокальными условиями для дифференциальных уравнений в частных производных третьего порядка со смешанной производной;

3. Достаточные условия однозначной разрешимости двухточечной начально-краевой задачи для псевдопараболических уравнений третьего порядка;

4. Метод параметризации решения начально-краевой задачи для дифференциальных уравнений в частных производных третьего порядка;

5. Однозначная разрешимость нелокальной начально-краевой задачи для дифференциальных уравнений в частных производных четвертого порядка.

**Достоверность и обоснованность** проведенных исследований обеспечиваются конструктивностью использованных методов. Общие утверждения сформулированы в виде теорем и представлены их доказательства.

#### **Апробация работы.**

Основные результаты диссертации докладывались и обсуждались на следующих конференциях и семинарах:

- Международная научно-практическая конференция, посвященная 30-летию независимости РК и 20-летию Казахстанского филиала МГУ им. М.В.

Ломоносова «Проблемы современной фундаментальной и прикладной математики» (4 июня 2021 г., г. Нур-Султан, Республика Казахстан);

- VI международная конференция «Нелокальные краевые задачи и родственные проблемы математической биологии, информатики и физики» (5-9 декабря 2021 г., ИПМА КБНЦ РАН, г. Нальчик, РФ)

- IX международная конференция (24-28 мая 2022г., Актюбинский региональный университет им. К. Жубанова, г. Ақтобе, Республика Казахстан);

- Международная научная конференция «Актуальные проблемы математики, механики и информатики», посвященная 80-летию профессора Т.Г. Мустафина (8-9 сентября 2022г., Карагандинский университет им. академика Е.А. Букетова, г. Караганда, Республика Казахстан);

- Международная конференция «Dynamical Systems, Modeling, and Mathematical Sciences» (23-25 сентября 2022г., г. Дубаи, ОАЭ);

- Международная научная конференция «Неклассические уравнения математической физики и их приложения» (6-8 октября 2022г., Национальный университет Узбекистана им. Мирзо Улугбека, г. Ташкент, Республика Узбекистан)

- Традиционная международная апрельская математическая конференция (5-7 апреля 2023г., ИМММ МНВО РК, г. Алматы. Республика Казахстан);

- Международная научно-практическая конференция «Тенденция развития современной математики и ее преподавания в условиях цифровизации образования» (27-28 апреля 2023г., Университет дружбы народов им. академика А. Куатбекова, г. Шымкен, Республика Казахстан).

- Семинар Института прикладной математики Карагандинского университета им. академика Е.А. Букетова.

### **Публикации.**

Основные результаты диссертации опубликованы в 12 работах: 2 статьи - в журналах, входящих в базу Scopus, 2 статьи опубликованы в журнале, рекомендованном Комитетом по обеспечению качества в сфере науки и высшего образования Министерства науки и высшего образования Республики Казахстан и 8 работ - в материалах международных научных конференций.

В работах, выполненных с соавторами, вклад каждого из соавторов является равным.

### **Структура и объем диссертации.**

Диссертационная работа объемом в 101 страницу состоит из следующих структурных элементов: введения, 2 разделов, заключения, списка использованных источников.

В первом разделе изучаются начально-краевые задачи для дифференциальных уравнений в частных производных третьего порядка с различными нелокальными условиями, построены алгоритмы нахождения решений данных задач, получены условия сходимости построенных алгоритмов, доказана единственность решения. Во втором разделе изучается нелокальная начально-краевая задача для дифференциальных уравнений четвертого порядка. Для решения данной задачи применен метод

параметризации Д.С. Джумабаева. Получены достаточные условия однозначной разрешимости рассматриваемой задачи по начальным данным.

Приведены примеры.

**Количество использованных источников – 85.**

**Ключевые слова.** Уравнения в частных производных, нелокальные краевые задачи, псевдопараболическое уравнение третьего порядка, дифференциальное уравнение в частных производных четвертого порядка, условия разрешимости, алгоритм, приближенное решение.