

# МЫРЗАКУЛОВА ЖАЙДАРЫ РАТБАЙКЫЗЫ

## КЕЙБІР ИНТЕГРАЛДАНАТЫН СПИНДІК ЖҮЙЕЛЕР ЖӘНЕ ОЛАРМЕН БАЙЛАНЫСТЫ СЫЗЫҚТЫ ЕМЕС ТЕНДЕУЛЕР

### АННОТАЦИЯ

**6D060100 – «Математика» мамандығы бойынша философия докторы (PhD) ғылым дәрежесін алу үшін ұсынылған диссертация**

**Зерттеу тақырыбының өзектілігі.** Сыздықтық емес эволюциялық теңдеулердің қазіргі теориясы өзінің есептерімен, принциптерімен және шешу әдістерімен іргелі ғылымның маңызды саласына айналды. Осындай проблемалардың бірі, әрине, сыздықтық емес эволюциялық теңдеулердің нақты шешімдерін алу әдістерін жалпылау, сонымен қатар кейбір классикалық сыздықтық емес интеграцияланған жүйелердің баламалы аналогтары болып табылатын жаңа спиндік жүйелерді математикалық модельдеу болып табылады.

Соңғы онжылдықтарда магниттік ортадағы сыздықтық емес құбылыстар белсенді түрде зерттелуде. Бұл қызығушылық магниттік кристалдардың көптеген салаларда кеңінен қолданылуына байланысты, мысалы, электротехникада электромагниттік тербелістер мен толқындардың қасиеттерін, ультра жоғары жиілікті технологияларды және нанотехнологиялар. Мұндай физикалық процестерді зерттеу математикалық модельдеуді қажет етеді. Магниттердегі құбылыстарды сипаттайтын теңдеулер спиндік жүйелермен байланысты, олар да сыздықтық емес теңдеулер болып табылады. Спиндік жүйелерінің алғашқы өкілдерінің бірі-Гейзенберг ферромагнетик теңдеуі. Осы себепті сыздықтық емес теорияның көптеген заманауи еңбектерінде спиндік жүйелері жалпыланған Гейзенберг ферромагнетик теңдеулері деп те аталады.

Сыздықтық емес спиндік жүйелерді зерттеу эквиваленттілік ұғымымен тығыз байланысты. Сыздықтық емес теорияда калибрлік және геометриялық эквиваленттілік бар.

Алғашқыда калибрлік эквиваленттілігі ұғымы В. Е. Захаров пен Л. А. Тахтаджянның жұмысында пайда болды. Олар сыздықтық емес Шредингер теңдеуі кері шашырау мәселесі бойынша тартылыс жағдайында Гейзенберг спиндерінің үздіксіз изотропты тізбегіне тең екенін атап өтті.

Калибрлік эквиваленттінің пайда болуы интегралданатын сыздықтық емес теңдеулердің тағы бір дербес дамып келе жатқан бөлімін тудырды. Калибрлік формасы кері шашырау әдісі арқылы шешуге болатын теңдеулерге қолданылады. Калибрлік эквиваленттілігінің мәні мынада: сыздықтық емес интегралданатын теңдеудің кез-келген Лакс жұбы спиндік жүйенің Лакс жұбына және керісінше әкелуі мүмкін. Осылайша, бірінші шешімнің әрқайсысы екіншісінің шешіміне сәйкес келетіндігі анықталады.

Сонымен қатар сыздықтық емес интегралданатын теңдеулерді зерттеудің геометриялық тәсілі дамыды. Х. Хасимотаның жұмысының пайда болуымен

геометриялық тәсілдің айтарлықтай дамуы болды. Хашимото жұқа құйынды жіптің қисықтығы мен бұралуын сипаттайтын ішкі теңдеу үш өлшемді Евклид кеңістігіндегі сызықты емес Шредингер теңдеуіне дейін азаятынын анықтады. Хашимота түрлендіруінің көмегімен М. Лакшманан және басқалары Гейзенберг спиндік тізбегінің теңдеуін алды. Осылайша, Шредингердің сызықтық емес теңдеуі мен Гейзенберг ферромагнетик теңдеуі арасындағы геометриялық эквиваленттілік алғаш рет анықталды. Дифференциалдық геометрияны қолдану сызықтық емес теңдеулер теориясының жеке бөліміне айналды.

Осылайша, дифференциалды-геометриялық және калибрлік әдістерін біріктіру бірқатар маңызды мәселелерді шешуге және көптеген мәселелерде түсінуге мүмкіндік береді, олардың кейбіреулері диссертацияның мазмұнын құрайды. Эквивалентті байланыс орнату белгілі сызықтық емес жүйелерді жүйелеуге және жіктеуге көмектесетіні белгілі болды. Сондай-ақ, жаңа жүйенің қасиеттері туралы қорытындыға келу, оның баламалы аналогының қасиеттерін білу, сонымен қатар олардың шешімдері арасындағы байланысты көрсету. Жоғарыда айтылғандардың барлығы ұсынылған зерттеулердің өзектілігін анықтайды.

**Диссертациялық жұмыстың мақсаты.** Жұмыстың мақсаты калибрлік және геометриялық эквиваленттерді орнату арқылы интегралданатын спиндік жүйелердің сызықтық емес эволюциялық теңдеулермен байланысын зерттеу болып табылады. Сонымен қатар, Минковскийдің үш өлшемді кеңістігіндегі гибриді реперге қатысты сызықтық емес Шредингер теңдеуінің үш тұжырымдамасын ұсыну және олардың тиісті шешімдерін табу.

**Зерттеу объектілері**-сызықтық емес интегралданатын спиндік жүйелер және олармен байланысты сызықтық емес интегралданатын теңдеулер.

**Зерттеу пәні**-сызықтық емес интегралданатын спиндік жүйелер мен сызықтық емес интегралданатын теңдеулер арасында эквивалентті байланыс орнату.

**Қорғауға шығарылатын ережелер.**

Диссертация аясында алғаш рет алынған зерттеудің келесі нәтижелері қорғауға шығарылады:

1) Минковскийдің үш өлшемді кеңістігіндегі гибриді реперге қатысты сызықтық емес Шредингер типті теңдеудің үш тұжырымы алынды. Үш тұжырымға арналған сызықтық емес Шредингер типті теңдеудің шешімдері алынды;

2) Жалпыланған Гейзенберг ферромагнетик теңдеуі болып табылатын спиндік жүйе шығарылды, ол Хантер-Саксонның интегралданатын сызықтық емес теңдеуімен байланысты;

3) Жалпыланған Гейзенберг ферромагнетик теңдеуі мен Хантер-Саксон теңдеуі арасындағы калибрлік және геометриялық эквиваленттік байланыс орнатылды. жалпыланған Гейзенберг ферромагнетик теңдеуі мен Хантер-Саксон теңдеуінің шешімдері арасындағы байланыс анықталды;

4) Интегралданатын Яджима-Ойкава типті теңдеулердің калибрлік эквивалентті аналогтары табылды, олар да жалпыланған Гейзенберг

ферромагнетик теңдеулері болып табылады. Осы жүйелердің сәйкес Лакс көріністері берілген. Жалпыланған Гейзенберг ферромагнетик теңдеулері  $2 \times 2$ ,  $3 \times 3$  өлшемді  $U(x, t)$ ,  $V(x, t)$  матрицалардың үйлесімділік шарттарынан шығады.

**Зерттеу әдістері.** Диссертацияда интегралданатын сызықтық емес теңдеулер теориясының танылған әдістері қолданылады. Атап айтқанда, спиндік жүйелер мен интегралданатын сызықтық емес теңдеулердің байланысын анықтау үшін калибрлеу және геометриялық эквиваленттер қолданылады. Бұл спиндік жүйелердің табиғатын және олармен байланысты сызықтық емес эволюциялық теңдеулерді түсінуге көмектеседі. Дифференциалдық геометрия әдістерін қолдана отырып, интегралданатын сызықтық емес теңдеулердің кеңістіктік қисықтары құрылады. Сонымен қатар, үш өлшемді Минковский кеңістігіндегі гибриді реперге қатысты  $h$  - сызықтар мен  $r$  - сызықтар бағыттарындағы сызықтық емес Шредингер типті теңдеумен байланысты үш тұжырым ұсынылған.

**Зерттеудің ғылыми жаңалығы.** Бұл жұмыста келесі жаңа нәтижелер алынды:

1 Үш өлшемді Минковский кеңістігіндегі  $R_1^3$  гибриді реперге қатысты  $h$  және  $r$  сызықтары бағыттарында сызықтық емес Шредингер типті теңдеудің шешімдер алынды.

2 Жалпыланған Гейзенберг ферромагнетик теңдеуі мен Хантер-Саксон теңдеуі арасында геометриялық эквиваленттілік орнатылған.

3 Жалпыланған Гейзенберг ферромагнетик теңдеуі мен Хантер-Саксон теңдеуінің калибрлік эквиваленттілігі дәлелденді. Олардың шешімдері арасындағы байланыс анықталды.

4 Яджима-Ойкава типті теңдеулердің калибрлік эквивалентті аналогтары – спиндік жүйелер алынды.

**Зерттеудің теориялық және практикалық маңыздылығы.** Жұмыстың нәтижелері теориялық болып табылады және интегралданатын сызықтық емес теңдеулер теориясында, математикалық физикада және дифференциалдық геометрияда қолданыла алады.

Сондай-ақ диссертациялық жұмыстың нәтижелері "Математика" мамандығының бакалаврларына, магистранттарына және докторанттарына элективті курстарды оқу үшін оқу процесінде қолданылуы мүмкін.

**Диссертациялық жұмыстың басқа ғылыми-зерттеу жұмыстарымен байланысы.**

Диссертациялық жұмыс ҚР БҒМ гранттық қаржыландырудың келесі жобаларының ғылыми-зерттеу жұмыстарының жоспарларына сәйкес орындалды:

1. AP08856912 "Интегралданатын дисперсиялық дисперсиясыз теңдеулердің геометриясын зерттеу" 2020-2022 жж;

2. AP14971227 "Интегралданатын Гейзенберг ферромагнетик теңдеуінің кейбір жалпылауларын зерттеу" 2022-2024 жж.

**Зерттеу нәтижелерін апробациялау.** Диссертациялық жұмыста алынған нәтижелер халықаралық және республикалық конференцияларда баяндалды және талқыланды:

1. VI Congress of the Turkic world mathematical society (TWMS 2017) (Astana, 2017).

2. Geometric Methods in Physics XXXVII ( Bialowieza, 2018).

3. Ломоносов–2019: 15-я международная научная конференция студентов, магистрантов и молодых ученых «Ломоносов – 2019» (Нур-Султан, 2019).

4. Международная конференция «Актуальные проблемы анализа, дифференциальных уравнений и алгебры» (EMJ-2019) (Нур-Султан, 2019).

5. Ломоносов–2020: 16-я международная научная конференция студентов, магистрантов и молодых ученых «Ломоносов – 2020» (Нур-Султан, 2020).

6. Международная научная конференция «Уфимская математическая школа-2021») (Уфа, 2021).

Сонымен қатар, алынған нәтижелер Л.Н. Гумилева атындағы ЕҰУ "Иргелі математика" кафедрасының ғылыми семинарларында баяндалды және талқыланды.

**Ғылыми ережелердің, тұжырымдар мен диссертация нәтижелерінің дұрыстығы мен негізділігі** алынған нәтижелерді нөлдік емес импакт-факторы бар журналдарда жариялаумен расталады.

**Жарияланымдар.** Диссертациялық жұмыстың нәтижелері бойынша жарияланды

*Web of Science, Scopus халықаралық рецензияланған ғылыми журналдардағы мақалалар*

1. N. E. Gurbuz, R. Myrzakulov, Zh. Myrzakulova. Three anholonomy densities for three formulations with anholonomic coordinates with hybrid frame in  $R_1^3$  // Optik. – 2022. – Vol. 261, P. 169161 (WoS IF - 2.840, Scopus Q2, процентиль – 67 %, Citescore - 4.8).

2. Zh. Myrzakulova, G. Nugmanova, K. Yesmakhanova, N. Serikbayev, R. Myrzakulov. Integrable generalized Heisenberg ferromagnet equations with self-consistent potentials and related Yajima-Oikawa type equations // Ufa Mathematical Journal. . – 2023. – Vol. 15. No 1 P. 122-134. (Scopus Q3, процентиль – 34 %)

*БҒСҚК ұсынған отандық басылымдарда:*

1. Мырзакулова Ж.Р., Есмаханова К.Р. Бездисперсионный предел уравнения Ма // Вестник КазНУ им. аль-Фараби. - №2 (102). – С. 12-21. (2019)

2. Zh. Myrzakulova, S.R. Myrzakul. Gauge equivalence between the  $\Gamma$ -spin system and (2+1)-dimensional two-component nonlinear Schrodinger equation // News NAS RK. -Vol.2, N330, 112 – 119. (2020)

3. Zh. Myrzakulov, K. Yesmakhanova, Zh. S. Zhubayeva. Equivalence of the Hunter-Saxon equation and the generalized Heisenberg ferromagnet equation // News NAS RK. -Vol.2, N336, 33 – 38. (2021)

**Диссертацияның көлемі мен құрылымы.** Диссертациялық жұмыс кіріспеден, 3 бөлімнен, қорытындыдан және 119 атаудан тұратын пайдаланылған дереккөздер тізімінен тұрады, негізгі компьютерлік мәтіннің 102 бетін қамтиды.

**Диссертацияның негізгі мазмұны.** Жұмыс бес бөлімнен тұрады.

Кіріспеде диссертациялық жұмыс тақырыбының өзектілігінің негіздемесі, мақсаты, объектісі, пәні, зерттеу міндеттері, қолданылатын әдістер, жұмыстың ғылыми жаңалығының негіздемесі, оның теориялық және практикалық маңыздылығы, қорғауға шығарылатын ғылыми ережелер, қолда бар жарияланымдар саны, жұмысты сынақтан өткізу туралы мәліметтер және оның даму дәрежесі көрсетілген.

Бірінші бөлімде сызықтық емес интегралданатын теңдеулер мен дифференциалдық геометрияға қатысты анықтамалар мен ұғымдар енгізіледі. Екінші тарауда үш өлшемді Минковский кеңістігінде гибридті реперге қатысты сызықтық емес Шредингер типті теңдеулер зерттелді. Үшінші бөлім жалпыланған Гейзенберг ферромагнетик теңдеуі мен Хантер-Саксон теңдеуі арасындағы байланысты зерттеуге арналған. Төртінші бөлімде Яджима-Ойкава типті теңдеулердің калибрлік эквивалентті аналогтары табылды.

Жұмыстың қорытынды бөлімінде диссертацияны орындау кезеңінде алынған негізгі нәтижелер келтіріліп, жинақталады.