

ОТЗЫВ

на диссертационную работу Мүсіреповой Элмира Беркінбайқызы на тему: «Разрешимость смешанных задач для волнового уравнения и уравнения теплопроводности с инволюцией» на соискание степени доктора философии (PhD) по образовательной программе «8D05410 - Математика»

В диссертационной работе Мүсіреповой Э.Б. исследованы инволютивные возмущения волнового уравнения и уравнения теплопроводности, в которых инволюция содержится в старшей производной. Частным случаем рассматриваемых уравнений являются классические волновое уравнение и уравнение теплопроводности, которые были изучены в классических работах В.А. Стеклова, в многомерном случае – в классических работах В.А. Ильина, О.А. Ладыженской и др. Поэтому актуальность темы исследования не вызывает сомнения.

В работе в достаточной мере приведены ссылки на приложения дифференциальных уравнений в различных областях науки, чем подтверждается связь темы исследования с общими научными программами (запросами практики и развития науки и техники). Диссертационная работа выполнена в рамках грантового проекта, финансируемого Комитетом науки Министерства науки и высшего образования Республики Казахстан, что подтверждает связь темы исследования с государственными программами Республики Казахстан. В диссертационной работе исследованы инволютивно возмущенные дифференциальные уравнения с комплекснозначными коэффициентами, что приводит к сложной задаче исследования свойств собственных функций несамосопряженных дифференциальных операторов с инволюцией при использовании метода Фурье. Наиболее важными результатами диссертационной работы являются теоремы о базисности Рисса собственных функций несамосопряженных дифференциальных операторов второго порядка с инволюцией, теоремы о разрешимости смешанных задач для волнового уравнения с инволюцией и с комплексным коэффициентом, теоремы о разрешимости обратных задач для уравнения теплопроводности с инволюцией и с комплексным коэффициентом. Полученные результаты опубликованы в двух журналах из квартиля Q1 по базе Thomson Reuters. Этим подтверждается их полное соответствие уровню требований к диссертации.

Основные результаты работы неоднократно были доложены на зарубежных международных научных конференциях. Сформулированные в виде теорем результаты диссертационной работы опубликованы в сильно рецензируемых на международном уровне научных журналах, чем подтверждается обоснованность и достоверность результатов диссертации. Мүсірепова Э.Б. также докладывала результаты исследований на республиканских, городских научно-практических конференциях, публиковала результаты в изданиях, рекомендованных Комитетом по обеспечению качества в сфере науки и высшего образования Министерства науки и высшего образования Республики Казахстан.

В диссертационной работе исследованы ранее неизученные виды дифференциальных уравнений с инволюцией, так что рассмотрены новые математические объекты. Определение функции Грина краевых задач для дифференциальных уравнений второго порядка с инволюцией впервые сформулированы в настоящей диссертации Мүсіреповой Э.Б., с указанием величины разрывов первой производной функции Грина. Получены оценки функции Грина несамосопряженных краевых задач с антипериодическими краевыми условиями и на их основе доказаны теоремы о равносходимости и базисности собственных функций изучаемых краевых задач. Теоремы о базисности Рисса собственных функций изучаемых несамосопряженных краевых задач с самосопряженными краевыми условиями использованы при доказательстве теорем о разрешимости смешанных задач для волнового уравнения с инволюцией и при доказательстве теорем о разрешимости обратных задач для уравнения теплопроводности с инволюцией. Все перечисленные результаты являются новыми, обобщают ранее известные результаты для частного случая ($\alpha=0$) классических уравнений.

Диссертационная работа достаточно хорошо запланирована, состоит из двух глав. Первая глава посвящена исследованию свойств собственных функций несамосопряженных спектральных задач для дифференциального уравнения второго порядка с инволюцией. Результаты первой главы используются во второй главе для решения поставленных задач главы.

Диссертационная работа Мүсіреповой Э.Б. представляет собой цельный труд, полностью посвященный решению задач, сформулированных в виде названия темы работы. Работа отличается высокой степенью внутреннего единства полученных результатов.

Полученные результаты диссертации несомненно являются значительным вкладом в развитие теории дифференциальных

уравнений, спектральной теории дифференциальных операторов. Научные результаты диссертации могут найти применение в теории функционально-дифференциальных уравнений, в спектральной теории дифференциальных операторов и их смежных областях, в математических моделях, описываемых дифференциальными уравнениями с инволюцией. Основные идеи и результаты исследований могут быть использованы в учебных процессах, направленных на подготовку специалистов в бакалавриате, магистратуре и докторантуре по математическим специальностям.

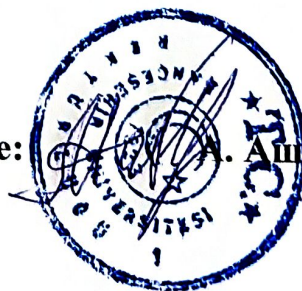
По результатам исследований опубликовано 12 работ, в том числе 1 работа в научном издании, рекомендованном Комитетом, 2 работы в изданиях, входящих в квартиль Q1 по базе Thomson Reuters и 9 работ в материалах международных конференций, в том числе 3 работы в материалах зарубежных конференций.

Мною не обнаружены недостатки в содержании и оформлении диссертации Мүсіреповой Э.Б.

Считаю, что диссертационная работа Э.Б. Мүсіреповой на тему «Разрешимость смешанных задач для волнового уравнения и уравнения теплопроводности с инволюцией» удовлетворяет требованиям, предъявляемым «Правилами присуждения степеней доктора философии PhD», а ее автор заслуживает присуждения степени доктора философии (PhD) по образовательной программе «8D05410 - Математика».

Зарубежный научный консультант,
доктор физико-математических наук,
профессор департамента Математики

Bahcesehir University, 34349, Istanbul, Turkiye:



А. Ашыралыев



BAĞÇEŞEHİR
ÜNİVERSİTESİ
Report

on the thesis by Elmira Berkinbayevna Mussirepova “Solvability of mixed problems for the wave equation and the heat equation with involution” presented for a scientific degree Doctor of Philosophy (PhD) in the specialty «8D05410-Mathematics».

In the dissertation work of E.B. Mussirepova the involute perturbations of the wave equation and the heat equation, in which the involution is contained in the highest derivative, are studied. A special case of the equations under consideration are the classical wave equation and the heat equation, which were studied in the classical works of V.A. Steklov, in the multidimensional case in the classical works of V.A. Ilyina, O.A. Ladyzhenskaya and others. Therefore, the relevance of the research topic is beyond doubt.

The paper provides sufficient references to applications of differential equations in various fields of science, which confirms the connection of the research topic with general scientific programs (requests for practice and the development of science and technology). The dissertation work was carried out within the framework of a grant project funded by the Science Committee of the Ministry of Science and Higher Education of the Republic of Kazakhstan, which confirms the connection of the research topic with the state programs of the Republic of Kazakhstan.

In the dissertation work, involute perturbed differential equations with complex-valued coefficients are studied, which leads to the difficult problem of studying the properties of eigenfunctions of non-self-adjoint differential operators with involution using the Fourier method. The most important results of the dissertation work are the Riesz basis property theorems for eigenfunctions of non-self-adjoint second-order differential operators with involution, theorems on the solvability of mixed problems for the wave equation with involution and with a complex coefficient, theorems on the solvability of inverse problems for the heat equation with involution and with a complex coefficient. The results were published in two journals from the Q1 quartile based on Thomson Reuters. This confirms their full compliance with the level of requirements for the dissertation.

The main results of the work were repeatedly reported at foreign international scientific conferences. The results of the dissertation work formulated in the form of theorems are published in highly peer-reviewed scientific journals at the international level, which confirms the validity and reliability of the dissertation results. E.B. Mussirepova also reported the results of research at republican, city scientific and practical conferences, published the results in publications recommended by the Committee for Quality Assurance in Science and Higher

Education of the Ministry of Science and Higher Education of the Republic of Kazakhstan.

In the dissertation work, previously uninvestigated types of differential equations with involution are investigated, so that new mathematical objects are considered. The definition of the Green's function of boundary value problems for second-order differential equations with involution was first formulated in this dissertation by E.B. Mussirepova, indicating the magnitude of discontinuities in the first derivative of the Green's function. Estimates of the Green's function of non-self-adjoint boundary value problems with antiperiodic boundary conditions are obtained and, on their basis, theorems on the equiconvergence and basis property of the eigenfunctions of the boundary value problems under study are proved. The Riesz basis property theorems for eigenfunctions of the studied non-self-adjoint boundary value problems with self-adjoint boundary conditions are used in proving theorems on the solvability of mixed problems for the wave equation with involution and in proving theorems on the solvability of inverse problems for the heat equation with involution. All the above results are new, they generalize previously known results for a particular case ($a=0$) of classical equations.

The dissertation work consists of two chapters. The first chapter is devoted to the study of the properties of eigenfunctions of non-self-adjoint spectral problems for a second-order differential equation with involution. The results of the first chapter are used in the second chapter to solve the tasks of the chapter. Dissertation work of E.B. Mussirepova is an integral work, completely devoted to solving problems formulated in the form of the title of the topic of the work. The work is distinguished by a high degree of internal unity of the results obtained.

The results of the dissertation are undoubtedly a significant contribution to the development of the theory of differential equations, the spectral theory of differential operators. The scientific results of the dissertation can find application in the theory of functional differential equations, in the spectral theory of differential operators and their related areas, in mathematical models described by differential equations with involution. The main ideas and results of research can be used in educational processes aimed at training specialists in bachelor's, master's and doctoral studies in mathematical specialties.

Based on the results of the research, 12 papers were published, including 1 paper in a scientific publication recommended by the Committee, 2 papers in publications included in the Q1 quartile based on Thomson Reuters, and 9 papers in international conference proceedings, including 3 papers in foreign conference proceedings.

I note that dissertation work of E. B. Mussirepova on the topic: "Solvability of mixed problems for the wave equation and the heat equation with involution" for the degree of Doctor of Philosophy (PhD) in the specialty "8D05410 - Mathematics" meets the requirements established by the Committee for Quality Assurance in sphere of science and higher education of the Ministry of Science and

Higher Education of the Republic of Kazakhstan, and this dissertation may be admitted for defense in the dissertation council.

Allaberen Ashyralyev

Foreign scientific consultant,

Professor, Doctor of Phys. and Math. Sciences

Department of Mathematics, Bahcesehir University

34349, Istanbul, Turkiye



24.06.2023