

АННОТАЦИЯ

диссертационной работы Баяндиева Ерика Нурлановича
на соискание степени доктора философии (PhD) по специальности
«6D060100-Математика»

«О свойствах решений сингулярных гиперболических уравнений с
быстро растущими коэффициентами»

Актуальность темы. Диссертационная работа посвящена изучению обратимости дифференциальных операторов гиперболического типа заданных в неограниченной области с сингулярными коэффициентами, непрерывности резольвенты, компактности и других спектральных свойств.

Теория дифференциальных уравнений гиперболического типа является одним из важнейших разделов теории дифференциальных уравнений с независимыми производными и привлекает внимание ученых широкими прикладными возможностями. Это объясняется теоретической значимостью полученных результатов, а также их приложениями в радиофизике и электротехнике, магнитогидродинамике и других областях естествознания.

Существование, единственность и качественные свойства решений дифференциальных уравнений гиперболического типа достаточно обширно рассмотрены в работах Ж. Адамара, К. Фридрихса, С. Л. Соболева, Л. Гординга, О. А. Ладыженской, А. В. Бицадзе, Ж. Лере, А. И. Нахушева, Т. Ш. Кальменова, Т. Я. Кигурадзе, А. В. Филиновского и др.

В этих работах рассматриваются задачи с периодами Дарбу и Гурсы, задача Коши и другие задачи для уравнений с постоянными или ограниченными коэффициентами.

М. Нагумо изучал решение уравнений гиперболического типа с непрерывными и ограниченными коэффициентами в R^n -пространстве.

Следующие задачи важны для дифференциальных операторов гиперболического типа, заданных в бесконечной области и коэффициенты которых бесконечно растут:

- существование резольвенты (обратного оператора) оператора;
- делимость оператора в рассматриваемом функциональном пространстве;
- компактность резольвенты;
- оценка сингулярных чисел (s -числа) резольвенты;
- оценка собственных значений резольвенты.

Основное отличие методов исследования гиперболических дифференциальных операторов от эллиптических дифференциальных операторов состоит в не нахождении энергетических пространств. По этой причине возникают новые трудности на пути выяснения свойств гладкости функций, относящихся к области определения гиперболического дифференциального оператора.

В заключении отметим, что решение указанных задач для одного класса сингулярных дифференциальных операторов гиперболического типа очень

важны как в теоретическом, так и в практическом отношении, является актуальной задачей.

Поэтому в данной работе изучаются вышеуказанные задачи для дифференциального оператора гиперболического типа.

Цель работы. В работе исследуются существование резольвенты, компактность, делимость и спектральные свойства дифференциальных операторов гиперболического типа с неограниченно возрастающими коэффициентами в бесконечной области.

Задачи исследования.

- найти условия существования резольвенты дифференциального оператора гиперболического типа с неограниченно возрастающими коэффициентами в бесконечной области;

- найти условия делимости дифференциального оператора гиперболического типа с неограниченно возрастающими коэффициентами в бесконечной области;

- найти необходимые и достаточные условия, свидетельствующие о компактности резольвенты дифференциального оператора гиперболического типа с неограниченно возрастающими коэффициентами в бесконечной области;

- исследовать спектральные свойства вышеуказанного дифференциального оператора гиперболического типа с неограниченно возрастающими коэффициентами в бесконечной области.

Объект исследования. Условия существования обратного оператора, гладкости (делимости) функций в заданной области, компактности и спектральных свойств обратного оператора для одного класса дифференциальных операторов гиперболического типа второго порядка.

Методы исследования. В диссертационной работе были использованы метод разложения единицы, метод локализации, метод коэрцитивных оценок, разбиение коэффициентов, преобразования Фурье, спектральная теория линейных операторов, теоремы вложения в весовых функциональных пространствах, поперечники по Колмогорову.

Научная новизна. В ходе работы получены следующие новые научные результаты:

а) Для одного класса гиперболического оператора, заданном на полосе:

- найдены условия существования обратного оператора;

- получены условия делимости дифференциального оператора гиперболического типа;

- найдены необходимые и достаточные условия, свидетельствующие о компактности резольвенты дифференциального оператора гиперболического типа;

- получена двусторонняя оценка сингулярных чисел (s -числа) резольвенты дифференциального оператора гиперболического типа. Полученные оценки позволяют аппроксимировать резольвенту конечномерными операторами.

- используя неравенства, взятые для сингулярных чисел, найдена оценка собственных чисел оператора.

б) В работе, также доказано для гиперболического оператора заданного на всей плоскости:

- существование обратного оператора для одного класса гиперболических дифференциальных операторов с бесконечно растущими коэффициентами.

- найдено условие обеспечивающее разделимость дифференциального оператора гиперболического типа в случае неограниченной области с сильно растущим коэффициентом.

Теоретическая и практическая значимость полученных результатов. Полученные результаты носят преимущественно теоретический характер. В целом они дополняют теории дифференциальных уравнений в частных производных и операторов с неограниченными коэффициентами. Их можно использовать в спектральной теории дифференциальных операторов и при изучении качественных свойств сингулярных дифференциальных уравнений.

Найденные научные результаты могут быть использованы студентами, магистрантами и докторантами в специальных курсах по уравнениям дифференциальной и математической физики.

Апробация полученных результатов. Основные результаты работы были представлены в следующих конференциях:

1. Международная конференция «Теоретические и прикладные проблемы математики, механики и информатики». Караганда, 2019..

2. Международная конференция «Актуальные проблемы анализа, дифференциальных уравнений и алгебры». Астана, 2019.

3. Международная научная конференция «Современные проблемы фундаментальной и прикладной математики». Нур-Султан,. 2021 год.

4. XIV Международная научно-практическая конференция «Развитие, образование, культура: интеграционные тенденции в современном мире», 11-14 апреля 2023 г., г. Осло, Норвегия.

Также, индивидуальные результаты работы были обсуждены в следующих семинарах:

- Научный семинар «Функциональный анализ и его применение» (руководители академики НАН РК М. Отелбаев и Р. Ойнаров, профессора Е.Д. Нурсултанов, К.Н. Оспанов).

- Научный семинар «Спектральная теория дифференциальных операторов» под руководством профессора кафедры Математика в образовании, Таразского Регионального университета имени М.Х.Дулати.

Публикации. Основные результаты диссертации опубликованы в 8 научных статьях и материалах конференций, в том числе 3 статьи в изданиях, рекомендованных уполномоченным органом, 1 статья в рейтинговом издании, включенном в базу данных Scopus, 1 статья в зарубежных изданиях.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, двух частей (каждая часть разбита на параграфы), заключения и списка использованной литературы.

Ключевые слова. Дифференциальный оператор гиперболического типа, резольвента, делимость оператора, сингулярные числа.