



Univerza v Mariboru

Fakulteta za naravoslovje
in matematiko

Koroška cesta 160
2000 Maribor, Slovenija

Марибор, 22.06.2021

ОТЗЫВ

на диссертационную работу Тулеутаевой Жанар Мухатаевны на тему:
«Граничные задачи для двумерного по пространственной переменной
уравнения теплопроводности в конусе», представленной
на соискание степени доктора философии (PhD)
по специальности "6D060100-Математика».

Выполненное исследование посвящено постановке и исследованию краевых задач для уравнения теплопроводности в нецилиндрической области, вырождающейся в точку в начальный момент времени, в различных функциональных пространствах. Область определения решения задачи представлена конусом. Также в работе рассмотрено и исследовано возникающее интегральное уравнения третьего рода.

Краевые задачи для уравнений в областях с движущихся во времени границами представляют неисчерпаемое поле для исследований. В частности, задачи в вырождающихся областях весьма актуальны при моделировании процессов в межконтактном пространстве. В современных электрических устройствах очень часто используются сверхсильные и сверхслабые токи, поэтому возникает необходимость изучения новых явлений, которые ранее не наблюдались при токах нормального, среднего диапазона. Краевые задачи для уравнений параболического типа в области с подвижной границей принципиально отличны от классических, поскольку из-за зависимости размера области от времени к этому типу задач не применимы классические методы уравнений математической физики. Решение краевых задач уравнения теплопроводности в вырождающихся областях приводит к необходимости исследования сингулярных интегральных уравнений Вольтерра. Подобные краевые задачи с сопутствующими интегральными уравнениями и вопросы их однозначной разрешимости в определённых весовых пространствах изучались в работах Кавокина А.А., Отелбаева М.О., Омарова Т.Е., Дженалиева М.Т., Рамазанова М.И., Шпади Ю.Р., Городничева С.П., Койлышова У.К. и других авторов. На сегодняшний день хорошо изучены однородные граничные задачи теплопроводности в одномерных вырождающихся областях в лебеговых весовых пространствах Дженалиевым М.Т., Рамазановым М.И. и их учениками.

В многомерном случае при исследовании краевых задач применяются методы сведения к обобщенным интегральным или интегро-дифференциальным уравнениям, но решить их в явном виде часто не удается вследствие сложности ядер уравнения, поэтому устанавливаются лишь качественные результаты, доказываются существование и единственность решения. Кроме того, решение одной и той же тепловой задачи можно искать в различных классах функций.

В данной диссертационной работе исследуются вопросы разрешимости краевой задачи теплопроводности с условиями Дирихле в весовом пространстве существенно ограниченных функций и в гильбертовых соболевских пространствах.

Основная часть работы состоит из трех разделов.

В первом и во втором разделах поставлены и исследованы краевые задачи для уравнения теплопроводности в весовом пространстве существенно ограниченных функций

в случае изотропии и анизотропии теплопроводности: постановка задачи, построение тепловых потенциалов, сведение с их помощью поставленной задачи к интегральному уравнению третьего рода, нахождение его резольвенты и ее оценка, определение классов единственности решения и формулировка основного результата исследования - установление теорем о разрешимости поставленной задачи в весовом пространстве существенно ограниченных функций. Доказательства теорем основаны на результатах о разрешимости неоднородного вырождающегося интегрального уравнения Абеля (интегрального уравнения третьего рода). В третьем разделе показана корректность исследуемой задачи в гильбертовых соболевских пространствах: сначала исследована разрешимость краевой задачи в соболевских пространствах в усеченном конусе, затем построена система вложенных усеченных конусов, объединение которых в пределе дает область определения (конус) решения исходной задачи, в каждом конусе поставлена краевая задача теплопроводности, аналогичная исходной, и показана ее однозначная разрешимость, и, наконец, методами функционального анализа доказано, что предел последовательности, составленной из решений этих задач, продолженных нулем на «кончик» исходного конуса, является единственным решением исследуемой граничной задачи.

Поставленная в работе краевая задача для уравнения теплопроводности связана с необходимостью построения обобщенных тепловых потенциалов, с помощью которых задача сводится к интегральному уравнению третьего рода. Для исследования вопросов разрешимости полученного уравнения в весовом классе существенно ограниченных функций построена резольвента и произведена ее оценка. Для исследования разрешимости исходной задачи в соболевских классах применен другой подход, связанный с методами функционального анализа. Эти факты свидетельствуют о новизне проведенного исследования.

Основные результаты диссертации сформулированы в виде теорем, сопровождающиеся доказательствами. Они достоверны и обоснованы. Вспомогательные утверждения затрагиваемых проблемных вопросов каждого раздела сформулированы в виде лемм и утверждений, и они строго доказаны.

В целом, результаты работы показывают, что соискатель, рассмотрев достаточно широкий класс дифференциальных уравнений, представила к защите оригинальные результаты, полученные на основе современных методов. Результаты диссертации являются новыми и получены соискателем самостоятельно, представляя в совокупности весомый вклад в развитие теории краевых задач теплопроводности в вырождающихся областях. Основная их часть апробирована в материалах международных конференций и опубликована в журналах, входящих в базы Web of Science и Scopus.

Докторант в достаточной мере владеет общенаучной методологией, логикой и технологией проведения научно – исследовательской работы.

Суммируя вышеизложенное, считаю, что диссертационная работа на тему «Граничные задачи для двумерного по пространственной переменной уравнения теплопроводности в конусе» удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым к PhD диссертациям по специальности "6D060100 -Математика», а ее автор Тулеутаева Жанар Мухатаевна заслуживает присуждения степени доктора философии (PhD) по указанной специальности.

Научный консультант,
доктор физико-математических наук,
профессор,
Университет Марибора,
г. Марибор (Словения)



В.Г. Романовский