

ТУЛЕУТАЕВА ЖАНАР МУХАТАЕВНА

**ЕКІ ӨЛШЕМДІ КЕҢІСТІКТЕ ЖЫЛУӨТКІЗГІШТІК ТЕНДЕУДІҢ
КОНУСТАҒЫ ШЕКАРАЛЫҚ ЕСЕПТЕРІ**

**6D060100 – Математика мамандығы бойынша философия докторы
(PhD) дәрежесін алу үшін дайындалған диссертацияның
АННОТАЦИЯСЫ**

Тақырыптың өзектілігі.

Жойылатын облыстардағы жылуөткізгіштің шеттік есептері өзара байланысаралық кеңістігінде жылу процесстерін зерттеу кезінде туындайды. Қазіргі заманғы электр құрылғыларында өте күшті және өте әлсіз токтар жиі қолданылады, сондықтан қалыпты, орташа диапазондағы токтарда бұрын байқалмаған жаңа құбылыстарды зерттеу қажеттілігі туындайды. Мысалы, ток ажыратқыштарының байланыстары қысқа уақытқа ажыратылғанда, байланыс материалының эрозиясына айтарлықтай әсер ететін сұйық-металл көпір пайда болатыны эксперименталды түрде анықталған. Харин С.Н. жұмысында байланысты ашудың бастапқы кезеңінде қысқа вакуумдық доғамен жүретін өтпелі құбылыстарды сипаттайтын математикалық модель ұсынылған. Бұл авторларға балқытылған көпір жойылғаннан кейін бірден пайда болатын өтпелі қысқа анодтың доғаның эволюциясын сипаттауға мүмкіндік береді. Математикалық тұрғыдан қарағанда қарастырылатын есептің ерекшелігі, біріншіден, анықталу облысының уақытқа байланысты өзгертін шекарасы бар болуы, шекараның өзгеруі байланыстың ажыратылу шарттарына байланысты. Екіншіден, мәндер облысы уақыттың бастапқы мезетінде нүктеге айналады, себебі уақыттың бастапқы мәнінде байланыс тұйық күйде болады.

Өзгертін облыстардағы параболалық теңдеулер үшін шеттік есептердің классикалық есептерден (цилиндрлік облыстар үшін) айырмашылығы: айнymалыларды ажырату әдістері және интегралдық түрлендірулер мұндай есептер үшін қолданылмайды, себебі теңдеудің шешімін жылу алмасу облысы шекарасының қозғалысымен байланыстыру мүмкін емес. Жылу потенциалдар әдісін қолдану арқылы жылжымалы шекарасы бар шеттік есепті екінші текті Вольтерра типті интегралдық теңдеуге келтіруге болады. Егер анықталу облысы бастапқы уақытта нүктеге айналмаса, онда алынған теңдеуді тізбектей жуықтау әдісімен шешуге болады, яғни интегралдық теңдеудің және онымен қоса шеттік есептің жалғыз шешімі бар болады. Егер анықталу облысы уақыттың бастапқы мезетінде нүктеге айналса, онда Вольтерра типті интегралдық теңдеу ерекше (сингулярлы) болады, сәйкес келетін біртекті теңдеу, демек, бастапқы біртекті шеттік есептің де нөлдік емес шешімдері болуы мүмкін. Бұған қоса, Пикард әдісі Вольтерра интегралдық теңдеуіне қолданылмайды.

Бұл жұмыста зерттелетін есептің ерекшелігі - бастапқы уақытта шешімдер облысының бір нүктеге өзгеруінде және уақыттың жеткілікті аз мәндері үшін есепті зерттеу қажеттілігінде.

Бұл жұмыста

$$G = \{(x; y, t): x^2 + y^2 < t^2, 0 < t < T\}$$

төңкерілген конуста

$$\frac{\partial u(x, y, t)}{\partial t} = a^2 \left(\frac{\partial^2 u(x, y, t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u(x, y, t)}{\partial y^2} \right) \quad (1)$$

теңдеуі үшін, конустың бүйір беті төмендегі шарттарымен

$$u(x, y, t) = u_c(x, y, t), \quad \sqrt{x^2 + y^2} = t, \quad 0 < t < T, \quad (2)$$

берілген, екі өлшемді кеңістіктік уақыттағы шеттік есеп зерттеледі, мұндағы $u_c(x, y, t)$ — берілген функция.

(1)–(2) есебін зерттеу үшін жылу потенциалдары құрылады. Зерттелетін есептің шешімі құрылған потенциалдардың қосындысы ретінде берілген және есеп екінші текті Вольтерра типті сингулярлық интегралдық теңдеуге келтіріледі, атап айтқанда, үшінші текті интегралдық теңдеу деп қарастыруға болатын түрленген Абель теңдеуіне келтіріледі.

$$t \psi(t) - \frac{\lambda}{\sqrt{\pi}} \int_0^t \frac{\psi(\tau) d\tau}{\sqrt{t-\tau}} = F(t), \quad 0 < t < T < \infty, \quad (3)$$

мұндағы λ — берілген оң шама, ал $\{F(t), t \in (0, T)\}$ — берілген функция.

Біздің зерттелетін (3) теңдеуіміздегі жойылу реті бірге тең, интегралдық оператордың ядросы әлсіз ерекшелікке ие және Абель интегралдық операторын анықтайды. Біз шектелген функциялар класында (3) теңдеудің шешімінің бар болуын зерттейміз.

Жұмыстың мақсаты. Уақыттың бастапқы мезетінде нүктеге дейін жойылатын облыстағы жылуөткізгіштік теңдеулер үшін шеттік есептердің қойылуы және олардың әртүрлі функционалдық кеңістіктердегі шешімінің бар болуы; екінші текті Вольтерра интегралдық теңдеулерге байланысты теңдеулерді зерттеу.

Зерттеу міндеттері:

1. Цилиндрлік емес облыстардағы жылуөткізгіштік теңдеуінің шеттік есептерін қою және берілген функциялар мен шешімдер кеңістіктерін сипаттау;

2. Қойылған шеттік есептің шешімін көрсету үшін жылу потенциалдарын құру;

3. Шеттік есепті түрленген Абель теңдеуіне келтіру;

4. Әртүрлі функционалдық кеңістіктерде зерттелетін шеттік есептер үшін жалғыздық кластарын анықтау;

5. Соболев және Гильберт кеңістіктерінде жылуөткізгіштік теңдеудің шеттік есебінің шешімінің бар болуын зерттеу.

Зерттеу нысаны: уақыттың бастапқы мезетінде нүктеге дейін жойылатын облыстарда берілген параболалық типті теңдеулер үшін шеттік есеп.

Зерттеу пәні: Лебег және соболев кеңістіктерінде уақыттың бастапқы мезетінде нүктеге дейін жойылатын облыстардағы жылуөткізгіштік теңдеулер үшін шеттік есептің шешімінің бар болуын анықтау.

Зерттеу әдістері.

Жұмыста дифференциалдық теңдеулердің жалпы теориясы, функционалдық және комплекстік талдаудың әдістері, шеттік есептерді интегралдық теңдеулерге келтіру әдісі, априорлық бағалау әдісі қолданылады.

Ғылыми жаңалық.

Жұмыста функционалдық кластардағы жылуөткізгіштік теңдеу үшін шеттік есептердің жаңаша қойылуы ұсынылады. Қарастырылып отырған есептердің ерекшелігі, үшінші текті интегралдық теңдеудің шешімінің бар болуын зерттеу қажеттілігі туындайды, нақтырақ айтатын болсақ түрленген Абель теңдеуінің шешімін анықтау қажеттілігі туындайды. Сонымен қатар, Соболев кеңістігінде бастапқы уақыт мезетінде нүктеге дейін жойылатын облыста есептің шешімінің бар болуын зерттеу әдістері ұсынылған.

Жұмыстың теориялық және практикалық құндылығы.

Жұмыста алынған нәтижелер теориялық сипатқа ие. Мұнда зерттеліп отырған екі өлшемді кеңістіктегі жылуөткізгіштік теңдеулердің бірқатар шеттік есептердің шешімін, екінші текті Вольтерра интегралдық теңдеуіне келтіруге негізделген зерттеу әдіснамасы ұсынылады.

Сонымен қатар, бастапқы берілген жойылатын облысты-бірігулері бастапқы берілген есептің анықталу облысын беретін (конус), бірнеше біріктірілген жойылмайтын облыстардың жүйесі ретінде көрсетуге негізделген, жойылатын облыстағы шеттік есептердің зерттеу әдіснамасы әзірленді.

Қорғауға шығарылатын ережелер.

1⁰ Жылуөткізгіштік теңдеу үшін есептің шешімдері мен есептің берілгендер кеңістіктерінің сипаттамасымен бірге функционалды класстарда шеттік есептің қойылуы;

2⁰ Есептің шешімін анықтау үшін жылу потенциалдарын құру;

3⁰ Шеттік есепті түрленген Абель теңдеуіне келтіру;

4⁰ Әртүрлі функционалдық кеңістіктерде зерттеліп отырған шеттік есептің шешімінің бар болуын дәлелдеу.

Жүргізілген зерттеулердің дұрыстығы мен негізділігі пайдаланылған әдістердің конструктивтілігімен қамтамасыз етіледі. Жалпы тұжырымдар теоремалар түрінде берілген және олардың дәлелдеулері ұсынылған, көмекші тұжырымдар лемма түрінде ұсынылған және дәлелденген.

Жұмыстың апробациясы.

Диссертацияның негізгі нәтижелері келесі конференциялар мен семинарларда баяндалды және талқыланды:

Fourth International Conference on Analysis and Applied Mathematics, (2018 жылдың 6–9 қыркүйегі), Lefkosa (Nicosia), Mersin 10, Turkey;

-ҚР ҰҒА академигі С. Н.Хариннің 80 жылдық мерейтойына арналған Қазақстан Республикасының ғылым қызметкерлері күніне арналған дәстүрлі Халықаралық математикалық конференция мен Workshop «Problems of modelling processes in electrical contacts» (Алматы, 2019 жылдың 3-5 сәуір);

"Марчуковские научные чтения - 2020", академик Г.И. Марчуктың 95-жылдық мерейтойына арналған халықаралық конференция, Новосибирск, 2020 және т.б.;

профессор М.Т. Дженалиевтің жетекшілігімен өткен ғылыми семинарда (ММЖМИ, Алматы);

профессор М.И.Рамазановтың жетекшілігімен өткен ғылыми семинарда (акад.Е.А.Бөкетов атындағы КарУ) және т.б.

Жарияланымдар.

Диссертацияның негізгі нәтижелері 19 жұмыста жарияланды: 1 мақала - Scopus тізіміне кіретін журналда, 9 мақала Қазақстан Республикасы Білім және ғылым министрлігінің Білім және ғылым саласында сапаны қамтамасыз ету комитеті ұсынған журналдарда және 9 жұмыс Халықаралық ғылыми конференциялар материалдарында жарияланды. Тең авторлармен орындалған жұмыстарда тең авторлардың әрқайсысының үлесі тең болып табылады.

Диссертацияның құрылымы мен көлемі.

128 беттен тұратын диссертациялық жұмыс келесі құрылымдық элементтерден тұрады: белгілер мен қысқартулар, кіріспе, үш бөлім, қорытынды, пайдаланылған дереккөздер тізімі.

Пайдаланылған дереккөздер саны –90.

Кілттік сөздер. Жылу потенциалдары, екінші текті Вольтерра теңдеуі, түрленген Абель теңдеуі, Соболев кеңістігі, жылуөткізгіштік теңдеудің шеттік есебі.