

## ОТЗЫВ

научного консультанта на диссертацию докторанта PhD Карагандинского университета имени академика Е.А. Букетова Танина Алибека Орланулы на тему: «Параболические задачи в нецилиндрических областях со специальными граничными условиями», представленной на соискание степени доктора философии (PhD) по специальности «6D060100-Математика»

Краевые задачи для параболических уравнений в нецилиндрических областях возникают во многих важных прикладных процессах. Одним из важных приложений являются: процессы диффузии и фильтрации жидкости и газа в пористых средах. Область, заполняемая веществом, часто моделируют в виде вырождающихся различных геометрических фигур. Математическое моделирование указанных процессов приобретает особую важность в задачах повышения эффективности разведки и эксплуатации нефтегазовых месторождений.

В диссертации Танина А.О. даются постановки и результаты исследований параболических краевых задач как в плоском, так и в осе-симметрическом случаях. Новизной рассматриваемых граничных задач наряду с вырождением области является наличие динамических граничных условий, т.е. в граничных условиях присутствуют производные по времени от искомого решения.

Основной метод, применяемый в диссертации, это метод сведения исходной дифференциальной задачи к интегральному уравнению и последующего исследования вопросов разрешимости и существования спектра получаемых при этом сингулярных интегральных уравнений типа Вольтерра второго рода.

Здесь появляется ряд трудностей, которые связаны с особенностями постановки граничных задач и которые требуют правильный выбор функциональных классов как решений, так и заданных функций. Наличие точки вырождения области в этих задачах приводит к появлению у решения особенностей в окрестности точек границы. Как правило, в теории краевых задач для правильной их постановки в вырождающейся области необходимо подобрать подходящие функциональные пространства, в которых рассматриваются решения задачи, правые части уравнения и граничные условия. Во многих таких задачах удобно использовать функциональные пространства с весовой нормой. Такие пространства функций в этих задачах правильно описывают особенности решения и его производных в окрестности точек вырождения области. В диссертации Танина А.О. показано, что эти особенности во многих случаях оказываются степенными.

Особенность исследуемых Танином А.О. краевых задач заключается в вырождении области в начальный момент времени и наличии динамических граничных условий. В результате оказывается, что краевые задачи имеют нетривиальные решения в весовых классах Лебега.

Основная часть диссертационной работы Танина А.О. состоит из двух разделов. В первом разделе рассматриваются одномерные параболические задачи в нецилиндрических областях. Во втором разделе исследованы краевые задачи для уравнения теплопроводности в области, представляющей собой перевернутый конус, при этом граничные условия, содержат производную по временной переменной. Даны постановки задач и произведена их строго математически точная редукция к сингулярным интегральным уравнениям типа Вольтерра второго рода. Особенность полученных интегральных уравнений заключается в отсутствии свойства сжимаемости ядра и выражается в том, что уравнение не может быть решено методом последовательных приближений, а интегральное уравнение имеет ненулевые

решения в определенных весовых классах функций. Методы решения таких уравнений (при стремлении верхнего предела интегрирования к нижнему значению интеграла от ядра не равен нулю, т.е. норма оператора оказывается равным единице при некотором значении модуля спектрального параметра) не специфичны для обычных уравнений Вольтерра, поэтому они названы особыми или сингулярными интегральными уравнениями типа Вольтерра второго рода. Найдены ненулевые решения интегральных уравнений и соответственно отличные от нуля решения краевых задач. Это позволило автору определить классы единственности решения исследуемых краевых задач. Построена резольвента интегрального уравнения, с помощью которой найдено его частное решение, установлены оценки резольвенты. Исходя из этого найдено общее решение исходной краевой задачи.

При решении исследуемых докторантом граничных задач для параболических уравнений возникла необходимость изучения новых сингулярных интегральных уравнений типа Вольтерра второго рода, решения которых растут в точке вырождения, что является новым фактом в исследовании краевых задач для параболических уравнений в областях, вырождающихся в точку в начальный момент времени.

Все основные результаты, полученные в диссертации Танина А.О. математически строго доказаны, достоверны и сформулированы в виде лемм и теорем.

Основные результаты работы опубликованы в рейтинговых журналах, апробированы на ряде международных математических конференций, а также на семинарах у известных специалистов.

Считаю, что диссертационная работа Танина Алибека Орланулы на тему «Параболические задачи в нецилиндрических областях со специальными граничными условиями» удовлетворяет требованиям, предъявляемым «Правилами присуждения степени PhD», является законченной работой и может быть представлена к защите.

Отечественный научный консультант:

Главный научный сотрудник

Института математики

и математического моделирования КН МОН РК

д.ф.-м.н., профессор

12 апреля 2022 г.



Дженалиев М.Т.