

ОТЗЫВ

научного консультанта диссертацию докторанта PhD Карагандинского университета имени академика Е.А. Букетова Танина Алибека Орланулы на тему: «Параболические задачи в нецилиндрических областях со специальными граничными условиями», представленной на соискание степени доктора философии (PhD) по специальности «6D060100-Математика»

К изучению краевых задач для уравнений в частных производных в нецилиндрических областях, т.е. областях, граница которых изменяется в зависимости от времени, приводят многие важные прикладные задачи. Особый интерес вызывает случай, когда область вырождается в точку в какой-либо момент времени. Такого рода задачи возникают, например, при моделировании теплофизических процессов в электрической дуге сильноточных отключающих аппаратов. Уравнение теплопроводности учитывает влияние тепловых источников в дуге и эффект стягивания осевого сечения дуги в области катода в контактное пятно. Диаметр контактного пятна на несколько порядков меньше диаметра сечения развитого столба дуги, поэтому его считают математической точкой. В начальный момент времени контакты находятся в замкнутом состоянии и область решения задачи отсутствует. Проблема рассматриваемой математической задачи состоит в том что, одна из границ области подвижна, наличии производной по времени в граничном условии и вырождения области решения в начальный момент времени.

В диссертационной работе Танина А.О. исследованы параболические краевые задачи в плоском и осесимметрическом случае, с граничными условиями, содержащими производную по времени. Также в работе исследованы вопросы разрешимости и существования спектра сингулярных интегральных уравнений типа Вольтерра второго рода, к которым были сведены изучаемые краевые задачи.

Особое внимание к таким задачам связано, с одной стороны, применением таких задач в физике, например, в задачах со свободными границами (задача Стефана, задача Hele- Shaw), в теории электрических цепей с распределенными параметрами, а с другой стороны, с чисто математическими вопросами корректности этих задач в соответствующих классах. Наличие точки вырождения области в этих задачах приводит к появлению особенностей в окрестности точек границы. Как и всегда в теории краевых задач, для правильной постановки задачи в вырождающейся области необходимо подобрать подходящие функциональные пространства, в которых рассматриваются решения задачи, правые части уравнения и граничные условия. Во многих таких задачах удобно использовать функциональные пространства с весовой нормой. Такие пространства функций в этих задачах правильно описывают особенности решения и его производных в окрестности точек вырождения области. Эти особенности во многих случаях оказываются степенными.

Задачи, подобные данной, весьма актуальны при конструировании плазмотронов. Аналогичные проблемы возникают при создании новых технологий в металлургии, производстве кристаллов, лазерной технологии и других отраслях. Математическое моделирование таких процессов позволяет осуществить оптимальный выбор параметров и режимов работы технологической аппаратуры и добиться максимальной экономической и экологической отдачи. Следует отметить, что такого рода граничные задачи принципиально отличны от классических задач. Так как размер области зависит от времени к этому типу задач не применимы классические методы, потому что не удастся согласовать решение уравнения теплопроводности с движением границы области теплопереноса.

Особенность исследуемых Танином А.О. краевых задач заключается в вырождении области в начальный момент времени и наличии специальных граничных условий. В результате оказывается, что краевые задачи имеют нетривиальные решения в определенных классах функций.

Основная часть диссертационной работы Танина А.О. состоит из двух разделов. В первом разделе рассматриваются одномерные параболические задачи в нецилиндрических

областях. Во втором разделе исследованы краевые задачи для уравнения теплопроводности в области, представляющей собой перевернутый конус, при этом граничные условия, содержат производную по временной переменной. Даны постановки задач и произведена их редукция к сингулярным интегральным уравнениям типа Вольтерра второго рода. Особенность полученных интегральных уравнений заключается в несжимаемости ядра и выражается в том, что уравнение не может быть решено методом последовательных приближений, а интегральное уравнение имеет ненулевые решения в определенных весовых классах функций. Методы решения таких уравнений (при совпадении верхнего и нижнего пределов интегрирования оператор не равен нулю) не специфичны для обычных уравнений Вольтерра, поэтому они названы особыми или сингулярными интегральными уравнениями типа Вольтерра второго рода. Найдены ненулевые решения интегральных уравнений и соответственно отличные от нуля решения краевых задач. Это позволило автору определить классы единственности решения исследуемых краевых задач. Построена резольвента интегрального уравнения, с помощью которой найдено его частное решение, установлены оценки резольвенты. Исходя из этого найдено общее решение исходной краевой задачи.

При решении исследуемых докторантом граничных задач для параболических уравнений возникла необходимость изучения новых сингулярных интегральных уравнений типа Вольтерра второго рода, решения которых растут в точке вырождения, что является новым фактом в исследовании краевых задач для параболических уравнений в областях вырождающихся в точку в начальный момент времени.

Все основные результаты, полученные в диссертации Танина А.О. обоснованы, достоверны и сформулированы в виде строго доказанных лемм и теорем.

Основные результаты работы опубликованы в рейтинговых журналах, апробированы на ряде международных математических конференций, а также на семинарах у известных специалистов.

Считаю, что диссертационная работа Танина Алибека Орланулы на тему «Параболические задачи в нецилиндрических областях со специальными граничными условиями» удовлетворяет требованиям, предъявляемым «Правилами присуждения степеней доктора философии PhD», является законченной работой и может быть представлена к защите.

Отечественный научный консультант
д.ф.-м.н., профессор



Рамазанов М.И.

