

СУЛЕЙМБЕКОВА АЙНАШ ОСПАНОВНА

**ТАҚ РЕТТІ ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫҚ ОПЕРАТОРЛАРДЫҢ
РЕЗОЛЬВЕНТАЛАРЫНЫҢ БАР БОЛУЫ, КОМПАКТЫЛЫҒЫ ЖӘНЕ
СИНГУЛЯРЛЫ САНДАРЫНЫҢ БАҒАЛАУЛАРЫ**

**«8D05401 – Математика» білім беру бағдарламасы бойынша философия
докторы (PhD) дәрежесін алу үшін дайындалған диссертацияның
АННОТАЦИЯСЫ**

Тақырыптың өзектілігі. Соңғы кездері дербес туындылы тақ ретті дифференциалдық теңдеулерге арналған шектік есептердің жалпы теориясы ауқымды дамуда, оның осылай дамуының себептері: тақ ретті дифференциалдық теңдеулер гидромеханикада, электродинамикада, физиканың қатты денелер және толқындар теориясында жиі қолданылуында.

Тақ ретті дербес туындылы дифференциалдық теңдеулердің өкілдерінің бірі – үшінші ретті дифференциалдық теңдеулер.

Үшінші ретті дербес туындылы теңдеулер көптеген құбылыстар мен процестердің математикалық үлгілерінің негізінде жатыр. Атап айтқанда, осы топқа қазіргі заманғы математикалық физиканың негізгі теңдеуі болып табылатын Кортевег-де Фриздің сызықты емес теңдеуі жатады. Бұл теңдеу алғаш рет Ж. Буссинеск еңбектерінде кездеседі. Бірақ, түпкілікті зерттеулерді 1895 жылы Д.Кортевег және Г.де Фриз жүргізген. Бұл теңдеуге қатысты бұдан кейінгі зерттеулерді көптеген әйгілі ғалымдар жасады. Соңғы алынған нәтижелер мен толыққанды сипаттамаларды R. Temam, T. Kato, J.L. Bona, R. Smith, Дж. Уизем еңбектерінен табуға болады.

Көп жұмыстарда сызықты емес теңдеулердің шешімдерін зерттеу үшін алдымен оның сызықталған түрлерін зерттейді. Бұл әдістің негізгі ерекшелігі басқа әдістерге қарағанда, сызықты теңдеудің шешімдерінің бар болуы, тегістігі, дифференциалдық қасиеттері мен шешімдер жиынын компакттылығын пайдаланып сызықты емес дифференциалдық теңдеулердің шешімдерін табу.

Дербес туындылы тақ ретті, оның ішінде Кортевег-де Фриз теңдеулерінің сызықталған түрін зерттеу R. Temam, T. Kato, J.L. Bona, R. Smith, Дж. Уизем, Villanueva, E. Taflin, Y.Turbal, Chunxiong Zheng және басқа ғалымдардың жұмыстарында қарастырылған. Бұл жұмыстарда шенелген облыста коэффициенттері тұрақты немесе үзіліссіз және өсуі шектелген дифференциалдық теңдеулер үшін әр түрлі шекті есептер қарастырған.

Дегенмен, кейбір жағдайда қолданыста тақ ретті дифференциалдық теңдеулерді пайдаланғанда есептерді шенелмеген облыста қарастыруға тура келеді. Мысалы, электродинамикада, кванттық физикада, толқындардың таралуын сипаттайтын құбылыстарда тақ ретті коэффициенттері шексіз өсетін дифференциалдық теңдеулердің шешімдерінің қасиеттерін білу керек

болады. Сол себепті қазіргі кезде шектелмеген облыста коэффициенттері шексіздікте шексіз өсетін тақ ретті дифференциалдық операторлар үшін төмендегі проблемалар маңызды болып тұр:

- оператордың тұйықталуы;
- резольвентаның бар болуы;
- сызықталған Кортевег-де Фриз операторының анықталу облысындағы функциялардың максимальді тегістігі (оператордың бөліктенуі);
- сызықталған Кортевег-де Фриз операторы резольвентасының компакттылығы;
- Кортевег-де Фриз типті дифференциалдық оператордың спектрлік қасиеттері, яғни сингулярлы және меншікті сандар бағалаулары.

Тақ ретті дифференциалдық операторларды зерттеу әдістерінің жұп ретті дифференциалдық операторларға қарағанда өздеріне тән ерекшеліктері бар. Мысал, L_2 - кеңістігінде тақ ретті дифференциалдық операторлары жартылай шенелмеген, яғни төмендегі шарт орындалмайды: $\langle Lu, u \rangle \geq \gamma \cdot \|u\|_2^2$, мұндағы L - дифференциалдық оператор, $\langle \cdot, \cdot \rangle$ - скалярлық көбейтінді L_2 - кеңістігіндегі, $\|\cdot\|_2$ - норма L_2 , γ - кез келген шектеулі нақты сан. Осы жоғарыдағы көрсетілген шарттың орындалмауы тақ ретті дифференциалдық оператордың анықталу облысындағы функциялардың дифференциалдық қасиеттерін зерттеуді қиындатады.

Сондықтан, жоғарыдағы келтірілген сұрақтарды тақ ретті дифференциалдық операторлар үшін шешу ғылыми тұрғыдан өте маңызды екенін байқаймыз.

Әдебиеттерге шолу жасай отырып біз шенелмеген облыста коэффициенттері шексіз өсетін сызықталған Кортевег-де Фриз операторының резольвентасының бар болуы, бөліктенуі, спектрлік және аппроксимациялық қасиеттері толық зерттелмегендігін көреміз. Сонымен, ғылымда әрі практикада жиі қолданатын дербес туындылы Кортевег-де Фриз сызықты емес операторының коэффициенттері сингулярлы болып келетін сызықталған түріне жоғарыдағы айтылған сұрақтарды зерттеу маңызды әрі өзекті болып табылады.

Жұмыста Кортевег-де Фриз операторымен бірге математикалық физикада жиі кездесетін параболалық дифференциалдық оператор қарастырылады. Бұл оператордың уақыт бойынша дербес туындысы тақ ретті. Демек, шенелмеген облыста коэффициенті шексіз өсетін осы дифференциалдық оператор үшін резольвентаның бар болуы мен бөліктенуі өте керекті, терең зерттеуді қажет ететін мәселе.

Жұмыстың мақсаты. Бұл жұмыста шексіз облыста коэффициенттері шектеусіз өсетін тақ ретті дербес туындылы дифференциалдық операторлардың резольвентасының бар болуы, компакттылығы, бөліктенуі мен спектрлік қасиеттерін зерттеу.

Зерттеу міндеттері.

- Шексіз облыста коэффициенттері шектеусіз өсетін сызықталған Кортевег-де Фриз операторының резольвентасының бар болу шарттарын табу;
- шексіз облыста коэффициенттері шектеусіз өсетін сызықталған Кортевег-де Фриз операторының бөліктену шарттарын табу;
- шексіз облыста коэффициенттері шектеусіз өсетін сызықталған Кортевег-де Фриз операторының резольвентасының компакттылығын көрсететін қажетті және жеткілікті шарттарды табу;
- шексіз облыста коэффициенттері шектеусіз өсетін жоғарыда аталған үшінші ретті дифференциалдық оператордың спектрлік қасиеттерін зерттеу.

Зерттеу объектісі. Шексіз облыста коэффициенттері шектеусіз өсетін Кортевег-де Фриз дифференциалдық операторының сызықталған сингулярлы түрі мен параболалық дифференциалдық оператордың резольвентасының бар болу шарттары, оператордың бөліктенуі мен спектрлік қасиеттері.

Зерттеу әдістері. Диссертациялық жұмыста локализациялау әдісі, оприорлы бағалау әдісі, Фурье түрлендірулері, сызықты оператор әдістері, салмақты функционалдық кеңістіктер теориялары әдістері, компакттылық әдісі қолданылған.

Ғылыми жаңалығы. Жұмыста алынған жаңа ғылыми нәтижелер:

- Шексіз облыста коэффициенттері шексіздікте шексіз өсетін сызықталған Кортевег-де Фриз дифференциалдық операторының бір класы үшін төмендегі нәтижелер алынды:
 - а) коэффициенттерге резольвентасының бар болу шарттары табылды;
 - б) сызықталған Кортевег-де Фриз операторы үшін бөліктену шарттары алынды;
 - в) сызықталған Кортевег-де Фриз дифференциалдық операторының резольвентасының компакттылығын көрсететін қажетті және жеткілікті шарттар табылды;
 - г) сызықталған Кортевег-де Фриз операторы резольвентасының екі жақты сингулярлы сандарының (s -саны) бағасы алынды. Демек, оператордың меншкті сандарын жоғарыдан бағалау мүмкіндігі табылды, яғни бұл табылған бағалар шешімдерді жуықтап есептеуге тікелей жол ашады.

Жұмыста сонымен қатар:

- коэффициенттері шексіз өсетін параболалық дифференциалдық операторының бір класы үшін кері операторы бар екендігі дәлелденді;
- шексіз облыста коэффициенттері шектеусіз өсетін параболалық типті дифференциалдық оператор үшін бөліктену шарты табылды.

Алынған нәтижелердің теориялық және практикалық маңыздылығы. Бұл жұмыста ғылыми нәтижелер теориялық сипатта жасалған. Жұмыста алынған ғылыми тұжырымдар тақ ретті дербес туындылы дифференциалдық операторлардың резольвентасының сапалық қасиеттерін терең зерттеуде қолданылуы мүмкін. Атап айтқанда оларды шексіз облыста тақ ретті дифференциалдық операторлардың резольвентасының бар болуын, компакттылығын, спектрлік қасиеттерін зерттеуге пайдалануға болады.

Табылған ғылыми нәтижелерді дифференциалдық және математикалық физика тендеулері үшін арналған арнаулы курстарда студенттер, магистранттар мен докторанттарға пайдалануға болады.

Алынған нәтижелерді апробациялау. Диссертациялық жұмыстың негізгі нәтижелері келесі конференцияларда баяндалды:

1. Қазақстан республикасы ғылыми қызметкерлері күніне орай Дәстүрлі халықаралық сәуір конференциясы. Алматы, 2018, 2020, 2021 жж.

2. «Математика, механика және информатиканың теориялық және қолданбалы мәселелері» атты халықаралық конференция. Қарағанды, 2019 ж.

3. «Оңтайлы басқару теорияларының, динамикалық жүйелердің және операторлық тендеулерінің өзекті мәселелері» атты IV Халықаралық ғылыми конференция. Б.Н. Ельцин атындағы Қырғыз – Ресей славяндық университеті. Бишкек, 2022 ж.

Сонымен бірге, жұмыстың жеке нәтижелері келесі ғылыми семинарларда талқыланды:

- «Функционалдық анализ және оның қолданылулары» ғылыми семинарында (жетекшілері - ҚР ҰҒА академиктері М. Өтелбаев және Р. Ойнаров, профессорлар Е.Д. Нұрсұлтанов, Қ.Н. Оспанов);

- «Іргелі математика» кафедрасының ғылыми семинарында, Нұрсұлтан, 2020 жыл;

- М.Х.Дулати атындағы Тараз өңірлік университеті, Білім берудегі математика кафедрасының профессоры М.Б. Муратбековтың жетекшілігімен өтетін «Дифференциалдық операторлардың спектралдық теориясы» атты ғылыми семинар.

Жарияланымдар. Диссертацияның негізгі нәтижелері 9 ғылыми мақала мен конференциялар материалдарында, оның ішінде, 3 мақала уәкілетті орган ұсынған басылымдарда, 1 мақала Scopus базасына енетін рейтингілі басылымда, 1 мақала алыс шет ел басылымдарында жарияланған.

Диссертацияның құрылымы мен көлемі. Диссертация кіріспеден, үш бөлімнен (әр бөлім пункттерге бөлінген), қорытындыдан және пайдаланылған әдебиеттер тізімінен тұрады.

Кілттік сөздер. Тақ ретті дифференциалдық оператор, Кортевег-де Фриз тендеуі, резольвента, оператор бөліктенуі, сингулярлы сандар.