

**6D060100-«Математика» мамандығы бойынша философия докторы (PhD) дәрежесін алу үшін жазылған Сейлбеков Болат Нагашбековичтің «Бөлшек ретті интегралдық операторларды салмақты бағалау» атты диссертациясына  
ресми рецензенттің жазбаша пікірі**

р/н №	Критерийлер	Критерийлер сәйкестігі	Ресми рецензенттің ұстанымы
1.	Диссертация тақырыбының (бекіту күніне) ғылымның даму бағыттарына және/немесе мемлекеттік бағдарламаларға сәйкес болуы	<p>1.1 Ғылымның даму бағыттарына және/немесе мемлекеттік бағдарламаларға сәйкестігі:</p> <p>1) Диссертация мемлекет бюджетінен қаржыландырылатын жобаның немесе нысаналы бағдарламаның аясында орындалған (жобаның немесе бағдарламаның атауы мен нөмірі);</p> <p>2) Диссертация басқа мемлекеттік бағдарлама аясында орындалған (бағдарламаның атауы)</p> <p>3) Диссертация Қазақстан Республикасының Үкіметі жанындағы Жоғары ғылыми-техникалық комиссия бекіткен ғылым дамуының басым бағытына сәйкес (бағытын көрсету)</p>	<p>Диссертацияда келтірілген нәтижелерге қатысты жарық көрген жұмыстар AP08856339 «Салмақты кеңістікте сыйықты және квазисыйықты бөлшек ретті интегралдық операторларын зерттеу» (Исследование линейных и квазилинейных операторов дробного интегрирования в весовых пространствах) жобаның аясында орындалыш, есепке енгізілген.</p>
2.	Ғылымға маңыздылығы	Жұмыс ғылымға елеулі үлесін қосады/қоспайды, ал оның маңыздылығы ашылған/ашылмаған.	<p>Диссертациялық жұмыс Харди типтес бөлшек ретті интегралдық операторлардың салмақты бағалаулары орындалуының қажетті және жеткілікті шарттарын алуға арналғандайткан, математиканың дамуына елеулі үлес қосады деп ойлаймын. Логарифмдік ерекшеліктері бар Харди типтес бөлшек ретті интегралдық операторлардың шенелгендігі мен компактылығы дәлелденген.</p> <p>Диссертациялық жұмыста қарастырылып отырған жоғарғы және төменгі шектері функция болатын бөлшек ретті</p>

			интегралдық операторлардың еki жақты бағалауы мен компактылығына қатысты мәселелер жете зерттелмегендіктен, жұмыс нәтижелері <sup>1</sup> маңызды деуге болады және маңыздылығы диссертацияда көрсетіледі.
3.	Өзі жазу принципі	Өзі жазу деңгейі: 1) жоғары; 2) орташа; 3) төмен; 4) өзі жазбаган	Диссертация Харди типтес бөлшек ретті интегралдық операторлардың салмақты бағалауларын алу мәселелеріне арналған, өзі жазу деңгейі жоғары.
4.	Ішкі бірлік принципі	4.1 Диссертация өзектілігінің негізdemесі: 1) негізделген; 2) жартылай негізделген; 3) негізделмеген.	Бөлшек ретті дифференциалдыумен қатар бөлшек ретті интегралдау әртүрлі ғылым салаларында - физика, механика, химияда және т.б. қолданысын тапты. Бөлшек ретті интегралдау Абелдің интегралдық тендеуімен тығыз байланысты. Абелдің интегралдық тендеуінің ерекшелігі механиканың немесе физиканың қандайда бір нақты есептері дифференциалдық тендеулерді қолданбай оган тікелей келетіндігінде. Мысалы, тербеліс периоды бойынша потенциалдық энергияны анықтау мәселесі осы түрдегі тендеу түріне әкеледі. Бөлшек ретті интегралдардың геометрия, физика мен механика есептеріне алғашқы қолданыстарын Дж. Лиувилль қарастырған және қазіргі

			уақытта бұл интегралдарды Риманн-Лиувиль бөлшек ретті интегралдар деп атайды. Қазіргі уақытта Риманн-Лиувиль бөлшек ретті интегралдық операторларды және олардың жалпылауларын зерттеумен көптеген Чехия, Грузия, Ресей, Қазақстан математиктері айналысада.
	4.2 Диссертация мазмұны диссертация тақырыбын айқындайды	«Бөлшек ретті интегралдық операторларды салмақты бағалау» тақырыбы диссертация мазмұнын айқындайды. Себебі, диссертациялық жұмыс салмақты Лебег кеңістігіндегі Харди типтес интегралдық операторларының үш салмақты және төрт параметрлі бөлшек ретті интегралдық теңсіздіктер орындалуының шарттарын алуға арналған.	
	4.3. Мақсаты мен міндеттері диссертация тақырыбына сәйкес келеді:	Диссертациялық жұмыстың «Салмақты Лебег кеңістігінде Харди типтес операторларының үш салмақты және төрт параметрлі бөлшек ретті интегралдық теңсіздіктер орындалуының қажетті және жеткілікті шарттарын алу» мақсаты диссертациялық жұмыстың тақырыбына сәйкес келеді.	
	4.4. Диссертацияның барлық бөлімдері мен құрылышы логикалық байланысқан:	Диссертациялық жұмыс екі бөлімнен тұрады. Бірінші тарауда логарифмдік ерекшеліктері бар бөлшек ретті	

интегралдық  
оператордың салмақты  
бағалаулары  
орындалуының қажетті  
және жеткілікті  
шарттары  $\alpha, \beta, p, q$   
параметрлерінің келесі  
жағдайлары үшін  
алынған:

$$1) \quad 0 < \alpha < 1,$$

$$\frac{1}{\alpha} < p \leq q < \infty \quad \text{және} \\ \beta \geq 0 \text{ (шенелгендігі);}$$

$$2) \quad 0 < \alpha < 1,$$

$$0 < q < p < \infty, \quad p > \frac{1}{\alpha} \\ \text{және} \quad \beta \geq 0$$

(шенелгендігі);

$$3) \quad 0 < \alpha < 1,$$

$$\frac{1}{\alpha} < p \leq q < \infty \quad \text{және} \\ \beta \geq 0 \text{ (компактылығы);}$$

$$4) \quad 0 < \alpha < 1,$$

$$0 < q < p < \infty, \quad p > \frac{1}{\alpha} \\ \text{және} \quad \beta \geq 0$$

(компактылығы).  
Екінші тарауда жоғарғы  
және төменгі шектері  
функция болатын Харди  
типтес бөлшек ретті  
интегралдық  
операторларының  
шенелгендігі мен  
компактылығы келесі  
 $\alpha, \beta, p, q$  параметрлері  
үшін алынған:

$$1) \quad 0 < \alpha < 1,$$

$$\frac{1}{\alpha} < p \leq q < \infty \quad \text{және} \\ \beta \geq 0 \text{ (шенелгендігі);}$$

$$2) \quad 0 < \alpha < 1,$$

$$0 < q < p < \infty, \quad p > \frac{1}{\alpha} \\ \text{және} \quad \beta \geq 0$$

(шенелгендігі);

$$3) \quad 0 < \alpha < 1,$$

		$\frac{1}{\alpha} < p \leq q < \infty$ және $\beta \geq 0$ (компактылығы); 4) $0 < \alpha < 1$ , $\frac{1}{\alpha} < p \leq q < \infty$ және $\beta \leq 0$ (шенелгендігі); 5) $0 < \alpha < 1$ , $0 < q < p < \infty$ , $p > \frac{1}{\alpha}$ және $\beta \leq 0$ (шенелгендігі); 6) $0 < \alpha < 1$ , $\frac{1}{\alpha} < p \leq q < \infty$ және $\beta \leq 0$ (компактылығы). <p>Диссертациялық жұмыстың екі бөлімі бір-біrine толық байланысқан.</p>
	4.5	<p>Автор ұсынған жаңа шешімдер (қағидаттар, әдістер) дәлелденіп, бұрыннан белгілі шешімдермен салыстырылып бағаланған:</p> <p>1) сынни талдау бар;          2) талдау жартылай жүргізілген;          3) талдау өз пікірін емес, басқа авторлардың сілтемелеріне негізделген</p>
5.	Ғылыми жаңашылдық принципі	<p>5.1 Ғылыми нәтижелер мен қағидаттар жаңа болып табыла ма?</p> <p>1) толығымен жаңа;          2) жартылай жаңа (25-75% жаңа болып табылады);          3) жаңа емес (25% кем жаңа болып табылады)</p>

компактылығы келесі параметрлері бойынша

- $0 < \alpha < 1,$
- $\frac{1}{\alpha} < p \leq q < \infty$  және  $\beta \geq 0$  (шенелгендігі және компактылығы);
- $0 < \alpha < 1,$
- $0 < q < p < \infty, p > \frac{1}{\alpha}$  және  $\beta \geq 0$  (шенелгендігі және компактылығы) алынды.

– Жоғарғы шегі функция болатын Харди типтес бөлшек ретті интегралдық операторлардың салмақты бағалаулары орындалуының қажетті және жеткілікті шарттары параметрлердің келесі жағдайларында алынды:

- $0 < \alpha < 1,$
- $\frac{1}{\alpha} < p \leq q < \infty$  және  $\beta \geq 0$  (шенелгендігі);
- $0 < \alpha < 1,$
- $0 < q < p < \infty, p > \frac{1}{\alpha}$  және  $\beta \geq 0$  (шенелгендігі);
- $0 < \alpha < 1,$
- $\frac{1}{\alpha} < p \leq q < \infty$  және  $\beta \geq 0$  (компактылығы).

– Төменгі шегі функция болатын Харди типтес бөлшек ретті интегралдық операторлардың салмақты бағалаулары орындалуының қажетті және жеткілікті шарттары параметрлердің келесі жағдайларында алынды:

- $0 < \alpha < 1,$

		$\frac{1}{\alpha} < p \leq q < \infty$ және $\beta \leq 0$ (шенелгендігі); <ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>0 &lt; \alpha &lt; 1</math>,</li> </ul> $0 < q < p < \infty, \quad p > \frac{1}{\alpha}$ және $\beta \leq 0$ (шенелгендігі); <ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>0 &lt; \alpha &lt; 1</math>,</li> </ul> $\frac{1}{\alpha} < p \leq q < \infty$ және $\beta \leq 0$ (компактылығы). <p>Ғылыми нәтижелер мен қағидаттар жаңа болып табылады.</p>
5.2	Диссертацияның корытындылары жаңа болып табыла ма?	<p>Диссертациялық жұмыстағы теоремалары салмақты Харди теңсіздіктері теориясында толығымен жаңа әрі ерекше болып табылады.</p>
1)	толығымен жаңа;	
2)	жартылай жаңа (25-75% жаңа болып табылады);	
3)	жаңа емес (25% кем жаңа болып табылады)	
5.3	Техникалық, технологиялық, экономикалық немесе басқару шешімдері жаңа және негізделген бе?	<p>Диссертациялық жұмыс «Математика» мамандығы бойынша жүргізілгенде, осыпуктте тек техникалық шешімдердің жаңалығы туралы айтуға болады. Техникалық шешімдер негізгі тұжырымдарды дәлелдеудің математикалық әдістерін қамтиды, олар диссертацияда жаңа болып табылады. Дәлелдеудің әр қадамы негізделген, тұжырымдар дұрыс, математикалық есептеулерге кателер табылған жоқ. Дәлелдеулер мұхияттылық пен материалды терең білуді талап етеді.</p>
1)	толығымен жаңа;	
2)	жартылай жаңа (25-75% жаңа болып табылады);	
3)	жаңа емес (25% кем жаңа болып табылады)	

6.	Негізгі қорытындылардың негізділігі	Барлық қорытындылар тұными түргыдан қарағанда ауқымды дәлелдемелерде негізделген/негізделмеген (qualitative research және өнертану және гуманитарлық бағыттары бойынша)	Бұл диссертациялық жұмыста алғынған нәтижелер мен қорытындылар негізделген және дәлелдемелермен сүйемелденген.
7.	Қорғауға шығарылған негізгі қагидаттар	<p>Әр қагидат бойынша келесі сұрақтарға жауап беру қажет:</p> <p>7.1 Қагидат дәлелденді ме?</p> <p>1) дәлелденді; 2) шамамен дәлелденді; 3) шамамен дәлелденбеді; 4) дәлелденбеді</p> <p>7.2 Тривиалды ма?</p> <p>1) ия; 2) жоқ</p> <p>7.3 Жаңа ма?</p> <p>1) ия; 2) жоқ</p> <p>7.4 Қолдану деңгейі:</p> <p>1) тар; 2) орташа; 3) кең</p> <p>7.5 Мақалада дәлелденген бе?</p> <p>1) ия; 2) жоқ</p>	<p>7.1 Диссертацияның барлық нәтижелері толық дәлелденген.</p> <p>7.2 Барлық негізгі нәтижелер түпнұска, тривиалды емес болып табылады.</p> <p>7.3 Қорғауға ұсынылған негізгі нәтижелер жаңа болып табылады.</p> <p>7.4 Жұмыста Харди типтес бөлшек ретті интегралдық операторлардың салмақты бағалауларына байланысты алғынған ғылыми нәтижелерді функционалдық анализ теориясында қолдануға болады.</p> <p>7.5 Негізінде нәтижесі «Boundedness and compactness of a class of integral operators with power and logarithmic singularity when <math>p \leq q</math> » Journal of Inequal. And Appl. (JIA), -2022. 23.-P.1-11. мақаласы турінде жарияланған, бұл ғылыми журнал Web of Science деректер қорына енетін журнал (Impact factor – 3.8, Pro. – 88%, 2022, Q1 ).</p>
8.	Дәйектілік принципі	8.1 Әдістеменің таңдауы - негізделген немесе әдіснама нақты жазылған	Жұмыста математикалық және функционалдық аналмздің әдістерімен қатар, интегралды бөліктеге бөлу әдісі
	Дереккөздер мен ұсынылған	1) ия;	

	ақпараттың дәйектілігі	2) жок	«локализация әдісі» (the blocking technique) қолданылады. Бұл әдістің тандалуы негізделген және дәлелдеу әдістері нақты жазылған.
		8.2 Диссертация жұмысының нәтижелері компьютерлік технологияларды қолдану арқылы ғылыми зерттеулердің қазіргі заманғы әдістері мен деректерді өндөу және интерпретациялау әдістемелерін пайдалана отырып алынған: 1) ия; 2) жок	Жұмыстың нәтижелерін алу үшін компьютерлік технологиялар қолданылмаған, бірақ қазіргі заманғы теориялық әдістер қолданылған.
		8.3 Теориялық қорытындылар, модельдер, анықталған өзара байланыстар және заңдылықтар эксперименттік зерттеулермен дәлелденген және расталған (педагогикалық ғылымдар бойынша даярлау бағыттары үшін нәтижелер педагогикалық эксперимент негізінде дәлелденеді): 1) ия; 2) жок	Диссертацияның теориялық қорытындылары эксперименттік зерттеулердің қажет етпейді, өйткені олар корректілі принциптеріне сүйенген.
		8.4 Маңызды мәлімдемелер нақты және сенімді ғылыми әдебиеттерге сілтемелермен расталған / ішінара расталған / расталмаған	Маңызды мәлімдемелер нақты және сенімді ғылыми әдебиеттерге сілтемелермен расталған.
		8.5 Пайдаланылған әдебиеттер тізімі әдеби шолуға жеткілікті/жеткіліксіз	Диссертациялық жұмыста пайдаланылған әдебиеттер тізімі әдеби шолуға жеткілікті келтірілген.
9	Практикалық құндылық принципі	9.1 Диссертацияның теориялық маңызы бар: 1) ия; 2) жок	Диссертациялық жұмыста алынған нәтижелердің теориялық маңызы жеткілікті жоғары. Бұл жұмыста алынған нәтижелер, ең алдымен, салмақты Лебег кеңістігі мен функционалдық талдау саласындағы мамандар үшін теориялық қызығушылық тудырады.

		<p>9.2 Диссертацияның практикалық маңызы бар және алынған нәтижелерді практикада қолдану мүмкіндігі жоғары:</p> <p>1) ия;</p> <p>2) жоқ</p>	<p>Диссертациялық жұмыста алынған нәтижелер Харди теңсіздіктер теориясының дамуына үлес қосады. Оған қоса бөлшек ретті интегралдық операторларды салмақты бағалау мәселелерінде қолдану мүмкіндіктерінің шекарасын көздейтеді.</p>
		<p>9.3 Практикалық ұсыныстар жаңа болып табылады?</p> <p>1) толығымен жаңа;</p> <p>2) жартылай жаңа (25-75% жаңа болып табылады);</p> <p>3) жаңа емес (25% кем жаңа болып табылады)</p>	<p>Алынған нәтижелер математиканың бірқатар бөлімдерінде қолданыс табуы мүмкін.</p>
10.	Жазу және ресімдеу сапасы	<p>Академиялық жазу сапасы:</p> <p>1) жоғары;</p> <p>2) орташа;</p> <p>3) орташадан төмен;</p> <p>4) төмен.</p>	<p>Академиялық жазу сапасы жоғары. Жұмыс жоғары деңгейде жазылған.</p> <p>Мәлімдемелердің тұжырымдамалары нақты және түсінікті. Теоремалар толық дәлеңдеулерімен келтірілген.</p>

**Шікір:** Қазақстан Республикасы Білім және ғылыми министрлігінің Білім және ғылым саласында сапаңы қамтамасыз ету комитеті алдында Сейлбеков Болат Нагашбековичке 6D060100-«Математика» мамандығы бойынша философия докторы (PhD) дәрежесін беру үшін ұсыныс-өтініш жасау.

Әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті ф.-м.ғ.д., профессор

*Алған маде*

Кангужин Б.Е.



Начальник угревления подготовки научных кадров КазНУ им.

Р.Е. Кудайбергенен

«\_\_\_\_\_» 20\_\_\_\_\_

20