



Univerza v Mariboru

Fakulteta za naravoslovje
in matematiko

Koroška cesta 160
2000 Maribor, Slovenija

Maribor, 25. 01. 2022

ОТЗЫВ

на диссертационную работу Касымовой Лайлы Жумажановны на тему:
«Краевые задачи для дробно-нагруженных параболических уравнений»,
представленной на соискание степени доктора философии (PhD)
по специальности "6D060100 -Математика».

Выполненное исследование посвящено постановке и исследованию разрешимости краевых задач для дробно-нагруженного уравнения теплопроводности в определенных функциональных классах. Задачи сводятся к интегральным уравнениям Вольтерра второго рода, ядра которых содержат специальные функции. Показано, что разрешимость полученных интегральных уравнений зависят как от порядка дробной производной в нагруженном слагаемом исходной краевой задачи, так и от характера поведения нагрузки.

Изучение дробных дифференциальных уравнений имеет долгую историю и занимает важное место в современной теории дифференциальных уравнений. А.М. Нахушевым развита теория дробного исчисления, и исследованы принципиально новые классы дифференциальных уравнений состояния и переноса дробного порядка, моделирующие различные процессы тепломассообмена и гидро-, газо- и плазмодинамики в средах с фрактальной структурой. Также им развит важный раздел теории дифференциальных уравнений - класс нагруженных уравнений, как особый класс уравнений со своими специфическими задачами. Потребность в изучении нагруженных уравнений при исследовании некоторых обратных задач возникает, например, при линеаризации нелинейных уравнений, при изучении некоторых задач оптимального управления и т.д. В работах М.Т. Дженалиева и учеников его научной школы теория нагруженных уравнений получила дальнейшее развитие. Известно, что нагрузка уравнения существенно влияет на корректность задачи и, вследствие этого, они не всегда оказываются поставленными корректно, что влечет возникновение непустого спектра задачи. В монографии М.Т. Дженалиева и М.И. Рамазанова нагруженные дифференциальные уравнения трактуются как слабые или сильные возмущения дифференциальных уравнений в зависимости от порядка производной в нагруженном слагаемом. На сегодняшний день расширяется объем исследований различных граничных задач для нагруженных уравнений, отличительной особенностью которых является наличие в краевых условиях операторов вида I^{α} или D^{α} , которые можно интерпретировать как дробные интегралы или дробные производные соответственно. Интерес представляют краевые задачи для нагруженного уравнения теплопроводности, в котором нагруженное слагаемое содержит операторы такого вида.

В данной диссертационной работе исследуются проблемы разрешимости интегральных уравнений, к которым сводятся граничные задачи для дробно-нагруженного уравнения теплопроводности, в классе непрерывных функций.

Основная часть работы состоит из двух разделов.

Первый раздел посвящен исследованию неоднородной краевой задачи для уравнения теплопроводности с дробной нагрузкой в естественных для исследования функциональных классах (нагруженное слагаемое представлено в виде дробной производной по временной

переменной), а именно, постановке задачи, ее редукции к интегральному уравнению Вольтерра второго рода с помощью представления решения задачи через функцию Грина, исследованию предельных случаев для порядка дробной производной слагаемого с нагрузкой в уравнении и формулировке основного результата исследования: установление разрешимости интегрального уравнения в зависимости от порядка дробной производной в нагруженном члене в уравнении краевой задачи и характера линии, на которой задана нагрузка, при малых значениях временной переменной.

Во втором разделе исследуются на разрешимость граничные задачи для дробно-нагруженного уравнения теплопроводности в случае, когда нагруженное слагаемое представлено в виде дробной производной по пространственной переменной. Порядок производной в нагруженном члене меньше порядка дифференциальной части, и точка нагрузки подвижна. Задача также сводится к интегральному уравнению Вольтерра второго рода, ядро которого содержит обобщенный гипергеометрический ряд. В работе произведена оценка ядра полученного интегрального уравнения, и показано, что при определенных ограничениях на линию, вдоль которой движется нагрузка, ядро уравнения имеет слабую особенность. Этот факт служит основанием для утверждения, что нагруженное слагаемое в уравнении задачи является слабым возмущением его дифференциальной части.

Поставленные в работе краевые задачи для уравнения теплопроводности с нагрузкой дробного порядка в определенных функциональных классах, а также сопутствующие им интегральные уравнения, которые исследованы на разрешимость, являются новыми, поскольку в уравнение краевой задачи входит нагруженное слагаемое в виде дробной производной, и в ядре возникающего интегрального уравнения содержатся специальные функции.

Основные результаты диссертации сформулированы в виде теорем, сопровождающихся доказательствами. Они достоверны и обоснованы. Вспомогательные утверждения затрагиваемых проблемных вопросов каждого раздела и промежуточных результатов сформулированы в виде лемм и утверждений, и они строго доказаны.

В целом, результаты работы показывают, что соискатель, рассмотрев достаточно широкий класс дифференциальных уравнений, представила к защите оригинальные результаты, полученные на основе современных методов. Результаты диссертации являются новыми и получены соискателем самостоятельно, представляя в совокупности вклад в развитие теории дробно-нагруженных уравнений теплопроводности. Основная их часть апробирована в материалах международных конференций и опубликована в журналах, входящих в базы Web of Science и Scopus.

Лайла Жумажановна в достаточной мере владеет общенаучной методологией, логикой и технологией проведения научно-исследовательской работы.

Суммируя вышеизложенное, считаю, что диссертационная работа на тему «Краевые задачи для дробно-нагруженных параболических уравнений» удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым к PhD диссертациям по специальности "6D060100 Математика», а ее автор Касымова Лайла Жумажановна достойна присуждения степени доктора философии (PhD) по указанной специальности.

Научный консультант,
доктор физико-математических наук,
профессор университета
г. Марибор (Словения)



В.Г. Романовский