

ОТЗЫВ

на диссертационную работу Касымовой Лайлы Жумажановны на тему: «Краевые задачи для дробно-нагруженных параболических уравнений», представленной на соискание степени доктора философии (PhD) по специальности «6D060100-Математика».

В диссертационной работе исследованы вопросы разрешимости интегральных уравнений, к которым сводятся поставленные в работе граничные задачи для дробно-нагруженного уравнения теплопроводности. Нагруженное слагаемое в уравнении задачи представлено в виде дробной производной Римана-Лиувилля или Капуто по пространственной или временной переменной, а точка нагрузки движется с переменной скоростью. Ядра полученных интегральных уравнений содержат специальные функции. Показана связь разрешимости этих уравнений с порядком дробной производной в нагруженном слагаемом исходной задачи и с поведением линии, вдоль которой движется нагрузка.

Изучение дробных дифференциальных уравнений было предметом пристального внимания многих исследователей. Это связано как с развитием теории дробного интегрирования и дифференцирования, так и с использованием аппарата дробного интегрирования и дифференцирования в различных областях науки. Научные исследования различных краевых задач для уравнений в частных производных, а также изучение свойств специальных функций, операторов дробного интегро-дифференцирования и их обобщений, ведутся в крупных научных центрах и высших учебных заведениях мира, в частности: университете Токио (Япония), университете Техаса (США), университете Штутгарта, Берлинской высшей школе техники (Германия), Болонском университете (Италия), институте математики и информатики (Болгария), институте инженерии Порто (Португалия), Белорусском государственном университете (Белоруссия), Институте прикладной математики и автоматизации, Кабардино-Балкарском научном центре Российской академии наук (Россия) и др.

Также интенсивно развивается важный раздел теории дифференциальных уравнений - класс нагруженных уравнений, как особый класс уравнений со своими специфическими задачами. А.М. Нахушевым исследованы нагруженные дифференциальные уравнения с частными производными дробного порядка, в том числе применение нагруженных уравнений, как метода исследования задач математической биологии, математической физики, математического моделирования нелокальных процессов и явлений, механики сплошных сред с памятью. В работах М.Т. Дженалиева и М.И. Рамазанова нагруженные дифференциальные уравнения интерпретируются как слабые или сильные возмущения дифференциальных уравнений в зависимости от порядка производной в нагруженном слагаемом.

В диссертационной работе Л.Ж. Касымовой в уравнение граничной задачи входит нагруженное слагаемое в виде дробной производной, и в ядре возникающего интегрального уравнения содержатся специальные функции. Ранее такие задачи во всей полноте не изучались. Несомненно, что их исследование важно не только в теоретическом, но и в прикладном аспекте, что делает тему диссертационной работы актуальной.

Результаты исследования вытекают из показа связи особенностей ядра интегрального уравнения, к которому сводятся поставленные краевые задачи теплопроводности, с порядком производной в нагруженном слагаемом уравнения исходной краевой задачи, а именно:

- сведение вопросов существования и единственности изучаемых краевых задач к разрешимости интегральных уравнений с ядрами, содержащими специальные функции, с помощью представления решения задачи через функцию Грина;

- оценка ядра полученного интегрального уравнения, которое в некоторых случаях относится к псевдо-Вольтерровым уравнениям, и установление условий, при которых интегральное уравнение имеет слабую особенность;

- определение интервалов изменения порядка дробной производной в нагруженном слагаемом поставленных краевых задач, при которых справедливы теоремы существования и единственности решений этих задач или интегральных уравнений, к которым редуцируются изучаемые задачи;

- доказательство теорем существования и единственности решений полученных интегральных уравнений в определенных функциональных классах.

Следует отметить, что в монографии М.Т. Дженалиева и М.И. Рамазанова исследуются краевые задачи для спектрально-нагруженного, по пространственной или временной переменной, уравнения теплопроводности и задачи, сопряженные к ним. Порядок производной в нагруженном слагаемом равен одному или двум, то есть меньше или равен порядку дифференциальной части уравнения, и точка нагрузки движется с переменной скоростью. Показана однозначная разрешимость полученных интегральных уравнений, либо интегральные уравнения решены методом регуляризации решением характеристических уравнений. Также решены исходные граничные задачи, показана нетеровость поставленной задачи, и исследованы спектральные вопросы задач. В диссертационной работе Касымовой Л.Ж. полученные результаты для предельных случаев порядка производной в нагруженном слагаемом согласуются с результатами вышеупомянутой монографии.

Общие утверждения диссертации, сформулированные в виде теорем, и вспомогательные утверждения в виде лемм строго доказаны.

Основные результаты опубликованы в журналах, входящих в базы Web of Science и Scopus, в журналах, рекомендованных КОКСОН МОН РК, в материалах международных научных конференций.

В ходе написания диссертационной работы Лайла Жумажановна показала себя зрелым научным работником, поднявшим важную и весьма сложную проблематику, касающуюся разрешимости дробно-нагруженных дифференциальных уравнений.

Суммируя вышеизложенное, считаю, что диссертационная работа на тему «Краевые задачи для дробно-нагруженных параболических уравнений» удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым к диссертациям, представленным на соискание степени доктора философии (PhD), а ее автор Касымова Лайла Жумажановна заслуживает присуждения степени доктора философии (PhD) по специальности «6D060100-Математика».

Научный консультант,
PhD,
профессор кафедры математического анализа
и дифференциальных уравнений
Карагандинского университета
имени академика Е.А. Букетова



М.Т. Космакова

