

ГУЛЬМАНОВ НУРТАЙ КУДАЙБЕРГЕНОВИЧ

Конуста шекаралық шарттары динамикалық түрде берілген жылуөткізгіштіктің шекаралық есептері

8D05409201-Математика мамандығы бойынша философия докторы (PhD) дәрежесін ізденуші диссертациясының АННОТАЦИЯСЫ

Тақырыптың өзектілігі. Әдебиеттерде облысты цилиндрлік емес деп атайды, егер оның шекарасының кем дегенде бір бөлігі уақыт өте келе қозғалатын болса. Егер уақыт өзгеруімен облыстың шекаралары өзінің пішінін өзгертпесе, онда облыс цилиндрлік деп аталады. Мұндай облыстар үшін жылу өткізгіштіктің шекаралық есептерінің теориясы өте жақсы дамыған.

Уақыт өте келе өзгертін шекаралары бар облыстардағы стационарлық емес тасымалдау теңдеулері үшін шекаралық есептерді шешу қажеттілігі олардың практикада кең қолданылуымен түсіндіріледі. Мұндай мәселелер, мысалы, ракета қозғалтқыштарында қатты отындардың жану процестерін, температураның әсерінен материалдардың ыдырау үдерістерін, жылы топырақтан (грунттан) атмосфераға энергияның таралу үдерістерін зерттеу барысында, атом энергетикасы мен атом реакторлары қауіпсіздігінің, экологияның, медицина мен криохирургияның мәселелерін зерттеуде, бетон қатаюының табиғи және жасанды процесінің, сондай-ақ жылу соққысы барысында қатты денелердің жылу өткізгіштіктің, атмосфераның тығыз қабаттарында ғарыш аппараттарының қозғалысы кезінде туындайтын қыздырудан қорғаудың және т.с.с. есептерін шешуде пайда болады.

Сондай-ақ, байланыс техникасын пайдалану көлемінің үнемі артуына байланысты байланыс материалдарының параметрлерін және олардың жұмыс режимдерін оңтайлы таңдау мәселелері өзекті болып табылады. Сондықтан электрлік контактілерде болатын жылуфизикалық процестерді зерттеу автоматикада, аспап жасауда, дәнекерлеу техникасында, электр жабдықтарында және байланыс элементтері негізгі құраушылардың бірі болып табылатын әртүрлі құрылғыларда өте маңызды. Электр тогының ажыратқыштарының контактілері ашылған кезде, қысқа уақыт ішінде байланыс материалының эрозиясына айтарлықтай әсер ететін сұйық металл көпір пайда болатындығы, яғни катод аймағындағы доғаның осьтік қимасын түйіспелі нүктеге тарту әсері эксперименталды түрде анықталды.

Көпірдің термофизикалық қасиеттерін модельдей отырып, С.Н. Харин контактілердің ашылуының бастапқы уақыт мезетінде шешу облысы жоқ шекаралық есептерге келген болатын. Бұл шекаралық есептің сәйкес интегралдық теңдеуіне әсер етті. Нәтижесінде Пикардың интегралдық теңдеуін жуықтау жинақсыз екендігі белгілі болды. Математикалық тұрғыдан алғанда, қарастырылып отырған мәселенің ерекшелігі жылжымалы шекараның болуы және уақыттың бастапқы сәтінде шешім облысының нүктеге айналуы болып табылады.

Көптеген жұмыстарда шекаралық есептің шешімі ізделінетін облыс уақыттың бастапқы сәтінде жойылмайды. Lions J. L. осындай есептерді шешуде цилиндрлік емес облысты цилиндрлік облысқа түрлендіруге негізделген әдістемені қолдануды ұсынды. Өз жұмыстарында Larkina N.A., Kozhanov A.I., Ferreira J., Benabidallah R., Rivera J., Munoz E., Kheloufi A., Sadallah B.K., Cherfaoui S., Kessab A., Cheblakova E.A. осыған ұқсас әдістемені қолданды. Сондай-ақ, сандық әдістерге негізделген жұмыстар да бар, мысалы, Chapko R., Johansson B.T., Vavrychuk V., Wang YF., Huang J., Wen XX., Dehbozorgi R., Nedaiasl K.

Айнымалы шекаралары бар облыстардағы жылуөткізгіштіктің шекаралық есептерін шешудің ыңғайлы құралдарының бірі жылу потенциалдары болып табылады. Олардың көмегімен шекаралық есептер келесі түрдегі екінші текті Вольтерр типіндегі интегралдық теңдеулерге түрлендіріледі:

$$\varphi(t) - \int_0^t K(t, \tau) \varphi(\tau) d\tau = f(t). \quad (0.1).$$

Мұндай теңдеулер әрқашанда біртіндеп жуықтау әдісімен шешілмейді. Егер жоғарғы шек төменгі шекке ұмтылғанда (0.1) теңдеудің ядросынан алынған интеграл нөлге ұмтылмаса, онда сәйкес интегралдық теңдеуді біртіндеп жуықтау әдісімен шешуге болмайды және көп жағдайда сәйкес біртекті интегралдық теңдеулердің нөлдік емес шешімдері бар болады.

Сондай-ақ, жүктеме сызығы $x = t^\omega$ заңы бойынша қозғалатын спектрлік-жүктелген параболалық теңдеулер үшін шекаралық есептер де осындай ерекше интегралды теңдеулерге түрлендірілетінін атап өткен жөн.

Сонымен, практикалық қосымшаларда да, теориялық тұрғыдан да уақыттың бастапқы сәтінде жойылатын облыстардағы жылуөткізгіштіктің шекаралық есептері ерекше қызығушылық тудырады. Жалпы жағдайда есептердің бұл түріне математикалық физиканың классикалық әдістері қолданылмайды, өйткені жылу өткізгіштік теңдеуінің шешімін жылуды тасымалдау облысы шекарасының қозғалысымен үйлестіру мүмкін емес. Сондықтан уақыттың бастапқы сәтінде жойылатын облыстардағы шекаралық есептерді зерттеу мәселесі өзекті болып табылады.

Жұмыстың мақсаты – уақыттың бастапқы сәтінде жойылатын облыстардағы арнайы шекаралық шарттары бар жылуөткізгіштік теңдеулері үшін шекаралық есептердің шешілу мәселелері; екінші текті Вольтерр типіндегі ерекше интегралдық теңдеулерді шешу және олардың шешілу мәселелерін зерттеу.

Зерттеу міндеттері:

- уақыттың бастапқы сәтінде жойылатын цилиндрлік емес облыстардағы жылу өткізгіштік теңдеулері үшін арнайы шекаралық шарттары бар жаңа шекаралық есептерді құру;
- есеп шешулерінің және берілген функцияларды шешу кеңістігін сипаттау;
- берілген есептерді түрлендіру;
- шекаралық есептерді екінші текті Вольтерр типіндегі сингулярлық интегралдық теңдеулерге түрлендіру;

– екінші текті Вольтерр типіндегі сингулярлық интегралдық теңдеулерді шешу, резольвентаны құру;

– берілген шекаралық есептерді шешу.

Объект исследования: уақыттың бастапқы сәтінде жойылмайтын облыстардағы арнайы шекаралық шарттары бар параболалық теңдеулер үшін шекаралық есептер.

Зерттеу пәні: уақыттың бастапқы сәтінде жойылмайтын шекаралық шарттарында уақыт бойынша туындылары бар облыстардағы жылуөткізгіштіктің теңдеулері үшін шекаралық есептердің шешімділігі және екінші текті Вольтеррдің ерекше интегралдық теңдеулерін шешу.

Зерттеу әдістемесі. Жұмыста дифференциалдық теңдеулердің жалпы теориясының және функционалдық талдаудың әдістері, Лаплас және Фурье интегралдық түрлендірулер әдістері, арнайы функциялар және комплекс айнымалылы функциялар қолданылады.

Ғылыми жаңалық. Жұмыста арнайы шекаралық шарттары бар жойылатын облыстардағы жылу өткізгіштік теңдеулері үшін жаңа шекаралық есептер шешілді. Қарастырылып отырған есептердің ерекшеліктері екінші текті Вольтерр типіндегі сингулярлық интегралдық теңдеулердің шешілу мәселелерін зерттеуге әкеледі.

Жұмыстың теориялық және практикалық құндылығы. Диссертация нәтижелері теориялық сипатқа ие және жойылатын облыстардағы жылу өткізгіштік теңдеулері үшін бірқатар жаңа шекаралық есептерді зерттеу әдістемесінен тұрады. Сонымен қатар, алынған нәтижелер зерттелінетін есептерді шешу барысында алынатын ядроның ерекшеліктері бар Вольтерр типтес интегралдық теңдеулерді шешу теориясына белгілі бір үлесі бар.

Жұмыстың практикалық құндылығы оның бос шекаралары бар кейбір тапсырмаларды зерттеуде пайдалы екендігімен, мысалы, Стефанның бір фазалы есебін зерттеу кезінде маңыздылығымен анықталады.

Қорғауға шығарылатын тұжырымдар. Қорғауға шығарылады:

1) салмақты функционалдық кластардағы жылу өткізгіштік теңдеулері үшін арнайы шекаралық есептердің шешілуі;

2) шекаралық есептердің диссертацияда табылған екінші текті Вольтерр типіндегі сингулярлық интегралдық теңдеулерге эквиваленттілігі;

3) екінші текті Вольтерр типіндегі сингулярлық интегралдық теңдеулердің резольвенталарын құру;

4) екінші текті Вольтерр типіндегі сингулярлық интегралдық теңдеулердің шешілуі туралы теоремалар;

5) берілген шекаралық есептердің шешілу теоремалары.

Диссертацияда алынған нәтижелердің сенімділігі мен негізділігі әзірленген және пайдаланылған әдістердің конструктивтілігімен расталады. Көмекші тұжырымдар леммалар түрінде, ал жалпы тұжырымдар қатаң дәлелденген теоремалар түрінде тұжырымдалған.

Жұмысты апробациялау. Диссертация нәтижелері бойынша халықаралық конференцияларда және алыс шетел конференцияларында баяндамалар жасалды:

- Международная конференция “Воронежская зимняя математическая школа” – февраль 2021 года, Воронеж, Российская Федерация;
- Международная научно-практической конференции “Проблемы современной фундаментальной и прикладной математики” – 4 июня 2021, Нур-Султан, Республика Казахстан;
- Традиционная Международная научная апрельская конференции – апрель 2021 года, Алматы, Республика Казахстан;
- VI Международная научная конференция “Нелокальные краевые задачи и родственные проблемы математической биологии, информатики и физики” – декабрь 2021 года, Нальчик, Российская Федерация;
- Традиционная международная апрельская математическая конференция в честь Дня работников науки – 6-8 апреля 2022, Алматы, Казахстан;
- IX Международная научная конференция “Проблемы дифференциальных уравнений, анализа и алгебры” – 24-28 мая 2022 г. Актобе, Казахстан;
- на семинаре под руководством профессора Дженалиева М.Т. (ИМиММ, Алматы, Республика Казахстан);
- профессор А.В. Псху жетекшілігімен ұйымдастырылған семинарда (ҚМАИ, Нальчик, Кабардино-Балкария Республикасы, Ресей Федерациясы);
- профессор М.И. Рамазановтың жетекшілігімен ұйымдастырылған семинарда (академик Е.А. Бөкетов атындағы ҚарУ);
- академик Е.А. Бөкетов атындағы ҚарУ “Математикалық талдау және дифференциалдық теңдеулер” кафедрасының семинарларында және т.б.

Жарияланымдар. Диссертацияның негізгі нәтижелері 5 мақала және 7 тезисте, оның ішінде 2 мақала – Scopus ББ кіретін нәлдік емес IF бар журналдарда, 3 мақала – ҚР ҒЖБМ БҒССҚ комитеті ұсынған журналдарда жарық көрді. Бірлескен авторлармен орындалған жұмыстардың негізгі бөлігін диссертант орындады, бірлескен авторлармен зерттелінетін есептердің қойылуы, зерттеу әдістерін таңдау және түпкілікті нәтижелер талқыланды.

Диссертациялық зерттеудің тақырыбы “Жаратылыстану ғылымдары саласындағы ғылыми зерттеулер” дамуының басым бағытына сәйкес келеді. Жұмыс Қазақстан Республикасы Білім және ғылым министрлігі Ғылым комитетінің №№ АР08956033, 2020-2021, АР09259780, 2021-2023 гранттық жобалары аясында орындалды.

Диссертацияның құрылымы мен көлемі. Диссертациялық жұмыс кіріспеден, үш бөлімнен, қорытындыдан, әдебиеттер тізімінен және қосымшадан тұрады. Формулалардың, теоремалардың, леммалардың, бөлімдердегі ескертулердің нөмірленуі үш таңбалы: бірінші сан бөлім нөмірін, екіншісі – кіші бөлім нөмірін, үшіншісі – формуланың, теореманың, лемманың, кіші бөлім ішіндегі ескертулердің меншікті нөмірін білдіреді.

Пайдаланылған көздер саны – 100.

Кілт сөздер: цилиндрлік емес облыс, конус, жылу өткізгіштіктің шекаралық есебі, Вольтеррдің сингулярлық интегралдық теңдеуі, интегралдық түрлендірулер, Карлеман-Векуа жүйелеу әдісі.