

АСЕТОВ АЛИБЕК АСЕНОВИЧ

ЖОЙЫЛАТЫН ОБЛЫСТАРДАҒЫ БЮРГЕРС ТЕНДЕУІ ҮШІН ШЕКАРАЛЫҚ ЕСЕПТЕР

8D05409201-Математика мамандығы бойынша философия докторы (PhD) дәрежесін алу үшін дайындалған диссертацияның АННОТАЦИЯСЫ

Тақырыптың өзектілігі. Сызықты емес Бюргерс теңдеулері және олардың модификациялары кеуекті ортадағы сұйықтық қозғалысы үшін қолайлы модельдер болып табылатыны белгілі. Ылғалдау фронтының кеуекті ортаға енуі – еркін шекарасы бар классикалық есеп. Тарихи тұрғыдан бірінші және ең белгілі мысал топырақтағы су ағынының Green-Ampt моделі болып табылады. Жағдайлардың алуан түрлілігі бар: химиялық реакцияға түсетін орталар; деформацияланатын орта; капиллярлық әсерлер; жылу және масса алмасу; қоспалардың ағуы; күрделі құрылымы бар орталар; ластану; рекультивация; жерді мұздату; композициялық материалдар өндірісі және т.б.

Әдебиеттерде облысты цилиндрлік емес деп атайды, егер оның шекарасының кем дегенде бір бөлігі уақыт бойынша қозғалатын болса. Егер облыстың шекарасы уақыт өте келе пішінін өзгертпесе, онда облысты цилиндрлік деп атайды. Мұндай облыстар үшін шекаралық есептердің теориясы жақсы дамыған.

Benia Y. және Sadallah B.-K. еңбектерінде Соболев кеңістіктерінде цилиндрлік емес облыстағы Бюргерс теңдеуі үшін шекаралық есептің дұрыс қойылғандығы бекітілген. Бұл жағдайда тәуелсіз айнымалылар облысы сызықты емес заңға сәйкес нүктеге жойылады және шекарада біртекті Дирихле шарттары қойылды. Соболев кеңістіктерінде Фаэдо-Галеркин әдісі және априорлық бағалаулар әдісімен зерттелетін шекаралық есептердің тұрақты шешімінің бар болуы және бірегейлігі бекітіледі.

В. А. Солонниковтың, А. Фазаноның жұмысында бұрыштық аймақта шекаралық жағдайдағы уақыт бойынша туындымен жылу өткізгіштік теңдеуі үшін шекаралық есеп зерттеледі. Сондай-ақ сол жерде біртекті емес шекаралық есеп жағдайы «...еркін шекаралары бар белгілі есептерді зерттеуде пайдалы болып шығады» делінген. Мысалы, бір фазалы есеп үшін «... Стефан келесі болжамдар бойынша: $u(x,t)$ оң температуралы сұйық фазасы $0 < x < s(t)$ кесіндісін алады, $x=0$ кезінде оң жылу ағыны орнатылады, ал $x=s(t)$ еркін шекарасы $x=0$ қатты қабырғадан басталады, яғни $s(0)=0$ шарты орындалады». В. А. Солонниковтың, А. Фазаноның жұмысында Гөлдер салмақ кеңістігіндегі шекаралық есептің бірімәнді шешілуі туралы теорема орнатылды.

Уақыт өте келе өзгертін шекарасы бар аймақта параболалық теңдеулер үшін шекаралық есептерді қолдану спектрі өте кең екенін атап өтейік. Осындай мәселелер: электрлік контактілердегі жылу процестерін, экология

мен медицинадағы процестерді зерттеуде, гидромеханиканың кейбір есептерін шешуде, жылу соққысы кезіндегі термомеханика және т.б. туындайды.

Цилиндрлік облыстардағы сызықтық және сызықтық емес параболалық теңдеулердің шешілуін зерттеуге көптеген әдебиеттер арналған. Алайда, цилиндрлік емес облыстардағы сызықты емес шекаралық есептерге келетін болсақ, олар салыстырмалы түрде аз зерттелген.

Лебег кластарындағы бұрыштық аймақтар үшін жылу өткізгіштіктің шекаралық есептері зерттеліп, екінші типтегі Вольтерраның сингулярлық интегралдық теңдеулеріне дейін олардың шешілуі туралы теоремалар орнатылды.

Шекарадағы біртекті еместіктің әртүрлі жағдайлары зерттелді. Бұл жағдайларда тиісті шекаралық міндеттер үшін шешімінің жалғыздығы да, жалғыз еместігі де бар екендігі көрсетілген.

Сондықтан Бюргерс теңдеуі үшін бастапқы шекаралық есептерді сызықтық емес және уақыттың бастапқы сәтінде нүктеге дейін жойылу аймақтарында уақыттық туынды шекаралық шарттардың болуы үшін бастапқы-шекаралық есептерді зерттеу өте өзекті.

Жұмыстың мақсаты. Уақыттың бастапқы сәтінде нүктеге жойылатын облыстардағы ерекше шекаралық шарттары бар Бюргерс теңдеуі үшін шекаралық есептердің шешілу сұрақтары.

Зерттеу міндеттері:

- сызықты емес және уақыт бойынша туынды шекаралық шарттары бар цилиндрлік емес жойылатын облыстарда Бюргерс теңдеуі үшін жаңа шекаралық есептерді тұжырымдау;
- спектрлік есептерді шешу;
- жуықтау есептерін құрастыру және шешу;
- төртбұрышты (трапеция түрінде) облыстардағы көмекші шекаралық есептер тобын шешу;
- есептерді шешу үшін априорлы бағалалулар;
- жойылатын облыстардағы Бюргерс теңдеуі үшін шекаралық есептердің бар болуы және жалғыздығы туралы теоремаларды дәлелдеу;
- цилиндрлік емес облыста Буссинеск типті теңдеу үшін бастапқы шекаралық есепті зерттеу.

Зерттеу нысаны. Уақыттың бастапқы сәтінде нүктеге жойылатын цилиндрлік емес облыстардағы сызықтық емес және уақыт бойынша туынды шекаралық шарттары бар Бюргерс және Буссинеск теңдеулері үшін шекаралық есептер.

Зерттеу пәні. Уақыттың бастапқы сәтінде нүктеге жойылатын облыстардағы сызықтық емес және уақыт бойынша туынды шекаралық шарттары бар Бюргерс және Буссинеск теңдеулері үшін шекаралық есептердің шешілуі.

Зерттеу әдісі. Жұмыста дербес туындылардағы дифференциалдық теңдеулердің жалпы теориясының әдістері, функционалдық талдау, априорлық бағалаулар әдісі, Фаедо-Галеркин әдісі қолданылады.

Ғылыми жаңалығы. Осы уақытқа дейін Бюргерс және Буссинеск теңдеулері үшін зерттелген есептермен салыстырғанда, бұл жұмыста уақыттың бастапқы сәтінде нүктеге жойылатын цилиндрлік емес облыстардағы Бюргерс және Буссинеск теңдеулері үшін сызықтық емес және уақыт бойынша туынды шекаралық шарттары бар жаңа шекаралық есептердің тұжырымдары мен шешімдері ұсынылады.

Жұмыстың теориялық және практикалық құндылығы. Диссертацияның нәтижелері теориялық болып табылады. Онда уақыттың бастапқы сәтінде нүктеге жойылатын цилиндрлік емес облыстардағы Бюргерс және Буссинеск теңдеулері үшін бірқатар шекаралық есептерді зерттеу үшін априорлық бағалау және Фаедо-Галеркин әдістері дамытылады.

Жұмыстың практикалық құндылығы Бюргерс, Буссинеск теңдеулері және олардың модификациялары кеуекті ортадағы сұйықтық қозғалысының, жоғары кернеулі байланыс құрылғыларындағы сызықты емес жылу өрістерінің, сызықты емес диффузиялық процестердің және атмосфералық және су ағындары ареалдарында бөгде қосындылардың таралуының қолайлы үлгілері болуымен анықталады. Соңғы жылдары бұл теңдеулер үшін шекаралық есептер белсенді түрде зерттелуде, өйткені кеуекті орталарда жүретін процестер мұнай және газ кен орындарын барлау және тиімді игеру мәселелерін терең ойлану және түсіну үшін ерекше маңызды болып табылады.

Қорғауға шығарылатын ережелер.

Қорғауға шығарылады:

1) тікбұрышты облыстағы Бюргерс теңдеуі үшін сызықты емес Нейман типті шекаралық есептің Соболев кластарындағы бірегей шешімділігі;

2) жойылу нүктесі координаттар басында орналасқан Бюргерс теңдеуі үшін сызықты емес шекаралық есептің Соболев кластарындағы шешілетіндігі туралы теоремалар;

3) шекаралық шарттарда уақыт бойынша туындылары бар сызықты емес жойылатын облыста Бюргерс теңдеуі үшін сызықты емес шекаралық есептің шешілетіндігі туралы теоремалар;

4) динамикалық шекаралық шарттары бар жойылатын облыста Бюргерс теңдеуі үшін сызықты емес шекаралық есептің дұрыс қойылуы үшін жеткілікті шарттар;

5) жойылатын облыстардағы Буссинеск теңдеуі үшін шекаралық есептердің бірегей әлсіз шешілуіне жеткілікті шарттар.

Жүргізілген зерттеулердің дұрыстығы мен негізділігі пайдаланылған әдістердің конструктивтілігімен қамтамасыз етіледі. Жалпы тұжырымдар теоремалар түрінде берілген және олардың дәлелдеулері ұсынылған, көмекші тұжырымдар лемма түрінде ұсынылған және дәлелденген.

Жұмыстың апробациясы. Диссертацияның нәтижелері халықаралық конференцияларда, оның ішінде алыс шетелдерде өткен конференцияларда сынақтан өтті, келесі семинарларда баяндамалар жасалды: профессор Дженалиев М.Т. жетекшілігімен (ММЖМИ, Алматы, Қазақстан Республикасы); профессор Псху А.В. жетекшілігімен (ИПМиА, Нальчик, Республика Кабардино-Балкария, Российская Федерация); под руководством профессор Рамазанов М.И. жетекшілігімен (Е.А. Бөкетов атындағы ҚарУ); Е.А. Бөкетов атындағы ҚарУ “Математикалық талдау және дифференциалдық теңдеулер” кафедрасы және басқалар; халықаралық конференцияларда: “Воронежская зимняя математическая школа” – февраль 2021 года, Воронеж, Российская Федерация; Ғылым қызметкерлері күніне орайластырылған дәстүрлі халықаралық сәуір ғылыми конференциясы, 6-8 сәуір, 2022, Алматы, Қазақстан.

Жарияланымдар. Диссертацияның негізгі нәтижелері 7 жұмыста жарияланған: 5 мақала және 2 тезис. Олардың ішінде 1 мақала – Scopus базасына енетін нөлдік емес IF ие журналда және 4 мақала Қазақстан Республикасының Ғылым және Жоғары Білім министрлігінің білім және ғылым саласындағы сапаны қамтамасыз ету комитетімен ұсынылған тізімге кіретін ғылыми басылымдарда. Бірлескен авторлармен орындалған жұмыстарда негізгі бөлімді диссертант орындады, таңдалған тапсырмалардың тұжырымдары, зерттеу әдістерін таңдау және соңғы нәтижелер бірлескен авторлармен талқыланды.

Диссертациялық зерттеу тақырыбы дамудың «Жаратылыстану ғылымдары саласындағы ғылыми зерттеулер» басым бағытына сәйкес келеді. Жұмыс Қазақстан Республикасы Білім және ғылым министрлігі Ғылым комитетінің № AP08855372, 2020-2022 жж. гранттық жобасы аясында жүзеге асырылды.

Диссертацияның құрылымы мен көлемі. Диссертациялық жұмыс кіріспеден, үш бөлімнен, қорытындыдан, пайдаланылған әдебиеттер тізімінен және қосымшадан тұрады, жалпы көлемі – 91 бет.

Кіріспеде жылжымалы шекарасы бар әртүрлі аймақтардағы Бюргерс және Буссинеск теңдеулері үшін шекаралық есептердің теориясының қазіргі жағдайына баға берілген, тақырыпты әзірлеуге арналған бастапқы деректер және осы аймақтардағы зерттеу жұмысының қажеттілігінің негіздемесі берілген. Кіріспеде тақырыптың өзектілігі мен ғылыми жаңалығы негізделіп, мақсаты, объектісі мен пәні, зерттеу міндеттері беріледі, әдістемелік база мен қорғауға ұсынылған ережелер көрсетіледі.

Пайдаланылған дереккөздер саны – 76.

Кілттік сөздер. Бюргерс теңдеуі, Буссинеск типті теңдеу, шекаралық шарттар, жойылатын облыс, априорлы бағалаулар.